第壹部分：選擇題(占 65 分)

一、單選題(占 30 分)

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對得 5 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設 a、b 為實數，$ab \neq 0$，則下列哪一個方程式的圖形，可看成是直線 L：$ax+by+c=0$ 的圖形往右平移一個單位所得？
   (1) $(ax+by+c)+1=0$
   (2) $(ax+by+c)+x=0$
   (3) $(ax+by+c)+a=0$
   (4) $(ax+by+c)-a=0$
   (5) $(ax+by+c)+x+1=0$

2. 若 $\tan(\alpha+\beta)=3$，$\tan(\beta-\gamma)=-2$，則 $\alpha+\gamma$ 的角度可能是以下哪一個？
   (1) $15°$　　(2) $30°$
   (3) $60°$　　(4) $135°$
   (5) $150°$

3. 將所有連續正奇數 1,3,5,7,9,…
   由小到大按第 n 組有 $2n-1$ 個奇數進行分組：
   $\underbrace{\{1\}}_{(第1組)}$，$\underbrace{\{3,5,7\}}_{(第2組)}$，$\underbrace{\{9,11,13,15,17\}}_{(第3組)}$，……
   試問 2011 這個數位在第幾組內？
   (1) 64　　(2) 62
   (3) 33　　(4) 32
   (5) 31

4. 若空間中一直線 L：$\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+1}{1}$ 與球面 S：$x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z+k=0$ 相切，則實數 $k=$？

(1) 9　　(2) 10

(3) 11　　(4) 12

(5) 13

5. 由 0、1、2、3、4、5，這 6 個數字(這些數字可以重複出現)所組成的四位數中，為 5 的倍數共有多少個？

(1) 120　　(2) 250

(3) 360　　(4) 432

(5) 500

6. 下列選項的範圍何者可使不等式 $3^x > 2^x > x^2 > \log_2 x > \log_3 x$ 成立？

(1) $-1<x<0$

(2) $0<x<1$

(3) $1<x<2$

(4) $2<x<3$

(5) $3<x<4$

二、多選題(占 35 分)

說明：第 7 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，選出正確選項畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以零分計算。

7. 設 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 為整係數的三次多項式，則下列敘述何者正確？
(1) 若 $f(1+i)=2-3i$，則 $f(1-i)=2+3i$
(2) 若方程式 $f(x)=0$ 有一根為 0，另兩根為虛根，則 $ac>0$
(3) $y=f(x)$ 的圖形與 x 軸必有交點
(4) 若 2 整除 a 且 3 整除 d，則 $\frac{3}{2}$ 是方程式 $f(x)=0$ 的一根
(5) 若 $f(-1)f(1)>0$，則 $f(x)=0$ 在 -1 與 1 之間一定沒有實根

8. 設 a、b、c 為實數，且拋物線 $y^2=ax+by+c$，$(a>0)$，之正焦弦恰為圓 $x^2+y^2-4x+2y+1=0$ 之一直徑，則下列選項哪些是正確的？
(1) 拋物線的正焦弦長為 2
(2) 拋物線的準線為 y 軸
(3) 拋物線的頂點為 $(2,-1)$
(4) 拋物線的對稱軸方程式為 $x=2$
(5) $a+b+c=-3$

9. 某次數學測驗，老師改完考卷並計算此次測驗的「全距、中位數、算術平均數為 75 分、標準差為 12 分、及四分位距」，在發考卷後，有一位同學成績加 5 分(加分後沒有超過滿分)，另一位同學成績扣 5 分，則分數變更前與變更後，學生成績統計數據的改變情形，以下哪些是正確的？
(1) 中位數可能改變
(2) 全距必不變
(3) 標準差有可能變大
(4) 標準差有可能變小
(5) 全距、中位數、算術平均數、標準差、四分位距 有可能都不變

10. ΔABC 的三邊 $\overline{AB}=4$ 、 $\overline{BC}=6$ 、 $\overline{CA}=5$ ，過頂點 C 的高與 $\angle B$ 的內角平分線交於 P 點，若 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，則下列選項哪些是正確的？

(1) $2x+5y=2$

(2) $3x+5y=2$

(3) $x=\dfrac{3}{10}$

(4) $y=\dfrac{9}{25}$

(5) x 的值可能有兩個

11. 空間中一個三角柱有五個面，若包含這五個面的平面方程式分別爲： E_1：$x+y+z=2$ 、 E_2：$x+y+z=11$ 、 E_3：$x-2y+z=3$ 、 E_4：$x-z=5$ 、 E_5：$x-y=2$，則下列選項哪些是正確的？

(1) 平面 E_1 與平面 E_2 平行

(2) 平面 E_3 與平面 E_4 垂直

(3) 此三角柱的底面爲銳角三角形

(4) 此三角柱的高爲 3

(5) 此三角柱的體積爲 12

12. 有一學生想預估 2012 年一月份淡水地區的降雨天數比例 p，利用中央氣象局的統計資料，從 1981~2010 年間，淡水地區在一月份期間的天氣記錄，隨機選取 64 天，選出的資料，其中有 36 天爲雨天，令 $\hat{p}$ 爲此次抽樣雨天的平均比率, 則由選取的資料判斷，下列選項哪些是正確的？($\sqrt{7}\approx 2.646$)

(1) $\hat{p}=0.5625$

(2) 95%信心水準下的信賴區間約爲[0.4385,0.6865]

(3) 在 95%信心水準下，預估 2012 年一月份淡水地區的下雨天數應會落在 13 ~ 22 天之間

(4) 若將選取的天數增加爲兩倍，則 $\hat{p}$ 的值不會改變

(5) 若將選取的天數增加爲兩倍，則 95%信心水準下的信賴區間長度一定變小

13. 若 x_1、x_2、x_3、x_4 是四個不同的正整數，其值皆由 1、2、3、4 中任意挑選，若令 $S=|x_1-x_2|+|x_2-x_3|+|x_3-x_4|+|x_4-x_1|$，則下列選項哪些是正確的？

(1) 若取 $x_1=1$、$x_2=2$、$x_3=3$、$x_4=4$，則 S 的值爲 6

(2) S 的最小值爲 6

(3) S 的最大值爲 6

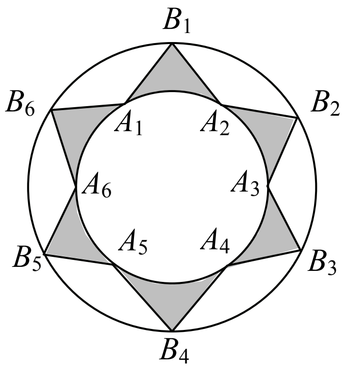
(4) S 的最小值發生的機率爲 $\dfrac{2}{3}$

(5) S 的期望值爲 $\dfrac{20}{3}$

第貳部分：選填題(占 35 分)

說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號(14~36)。 2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 如右圖，兩個同心圓半徑分別爲 2 與 3，若 A_1、A_2、A_3、A_4、A_5、A_6 等分小圓，B_1、B_2、B_3、B_4、B_5、B_6 等分大圓，且 $\overline{A_1B_1}=\overline{B_1A_2}$，則圖中陰影部分面積爲 ⑭⑮ − ⑯ π 。

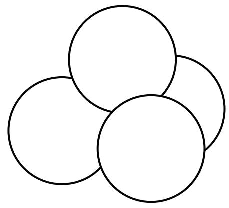


B. 四面體 $ABCD$ 滿足 $\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=6$，$\overline{CA}=7$，$\overline{AD}=4$，$\overline{BD}=5$，$\overline{CD}=6$，則 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=$ ⑰⑱⑲ 。

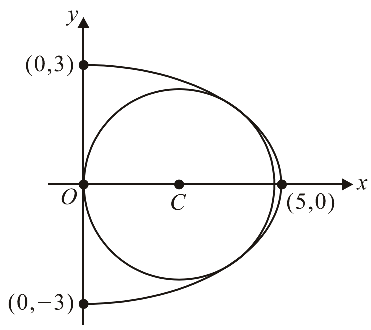
C. 設 O 爲 ΔABC 內部一點滿足 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，若 $|\overrightarrow{OA}|=3$，$|\overrightarrow{OB}|=5$，$|\overrightarrow{OC}|=6$，試求 ΔOAB 的面積爲 ⑳ $\sqrt{㉑㉒}$ 。

D. 坐標平面上，點 P 在圓 $(x+1)^2+(y+1)^2=1$ 上，點 Q 在圓 $(x-5)^2+(y-7)^2=4$ 上，若向量 $\overrightarrow{PQ}$ 在 x 軸上的正射影長為 a，在 y 軸上的正射影長為 b，則 a^2+b^2 的最大值為 ㉓㉔㉕ 。

E. 將 4 個半徑為 3 的球堆疊在水平桌面上，下層 3 個球在桌面上互相外切，上層只有 1 個球，且與下層 3 個球皆外切，如右圖。則最上層球的最高點離桌面的距離為 ㉖ + ㉗ $\sqrt{㉘}$



F. 如右圖：在橢圓 Γ : $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 的右半部與 y 軸所圍成的區域內作一圓 C，所作的圓 C 其半徑的最大值為 $\frac{㉙㉚}{㉛}$



G. <u>摩天輪百貨公司</u>周年慶為吸引顧客上門，提供消費者抽獎活動。周年慶期間，每天入館消費的前 100 名民眾可參加百元禮券抽獎(禮券面額皆為 100 元)，參加抽獎的民眾，從一個裝有分別標示(1)、(2)、(3)、⋯、(9)號共九顆球的箱子中抽出兩球，由抽出兩球的號碼差的數值可得到百元禮券的張數。(例如：抽出兩球的號碼分別為(2)、(6)，則可得百元禮券四張。)試問：參加抽獎的民眾可獲得禮券金額的期望值是 $\frac{㉜㉝㉞㉟}{㊱}$ 元。

參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的公式解：$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

2. 平面上兩點 $P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$ 間的距離爲 $\overline{P_1P_2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

3. 通過 (x_1,y_1) 與 (x_2,y_2) 的直線斜率 $m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$，$x_2\neq x_1$

4. 等比數列 $\langle ar^{n-1}\rangle$ 的前 n 項之和 $S_n=\dfrac{a\cdot(1-r^n)}{1-r}$，$r\neq 1$

5. 三角函數的和角公式：$\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$，$\tan(\theta_1+\theta_2)=\dfrac{\tan\theta_1+\tan\theta_2}{1-\tan\theta_1\tan\theta_2}$

   $\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$

6. ΔABC 的正弦定理：$\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\sin B}{b}=\dfrac{\sin C}{c}=\dfrac{1}{2R}$，$R$ 是外接圓半徑

   ΔABC 的餘弦定理：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

7. 棣美弗定理：設 $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$，則 $z^n=r^n(\cos n\theta+i\sin n\theta)$，$n$ 爲一正整數

8. 參考數值：$\log_{10}2\approx 0.3010$，$\log_{10}3\approx 0.4771$，$\log_{10}7\approx 0.8451$，$\sin 15°=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$，$\cos 15°=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

9. $\hat{p}$ 表樣本比例，95%信心水準下的信賴區間爲 $[\hat{p}-2\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}},\hat{p}+2\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}]$