

# 全國公私立高級中學

## 一〇〇學年度學科能力測驗第一次聯合模擬考試

考試日期：100年7月25~26日

### 數學考科

#### —作答注意事項—

考試時間：100分鐘

題型題數：單選題7題，多選題5題，選填題第A至H題共8題

作答方式：•用2B鉛筆在「答案卡」上畫記，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液(帶)。

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一)填答選擇題時，只用1, 2, 3, 4, 5等五個格子，而不需要用到-, ±以及6, 7, 8, 9, 0等格子。

例：若單選題第1題的選項為(1)3(2)5(3)7(4)9(5)11，而正確的答案為7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第1列的 $\square$ 劃記(注意不是7)，如：

解 答 欄											
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	— ±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若多選題第10題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第10列的 $\square$ 與 $\square$ 劃記，如：

10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	— ±
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

(二)選填題的題號是A, B, C……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第B題的答案格式是 $\frac{(18)}{(19)}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ 時，則考生必須分別在答案

卡的第18列的 $\square$ 與第19列的 $\square$ 劃記，如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	— ±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	— ±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第C題的答案格式， $\frac{(20)(21)}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第20列

的 $\square$ 與第21列的 $\square$ 劃記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	— ±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	— ±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

祝考試順利

### 第壹部分：選擇題（占 60 分）

#### 一、單選題(占 35 分)

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對得 5 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設函數  $f(x) = 7x^2 - 6x - 10$ ， $1 \leq x \leq 3$ ，則函數  $f(x)$  的最小值為

(1)  $\frac{-79}{7}$

(2)  $\frac{-61}{7}$

(3)  $-9$

(4)  $-10$

(5)  $35$

2. 求  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+2+2^2+\cdots+2^n}{5^n}$  之值為

(1)  $\frac{5}{12}$

(2)  $\frac{13}{12}$

(3)  $0$

(4)  $\frac{3}{4}$

(5)  $\frac{2}{3}$

3. 有一等差數列，其前 22 項之和為 234，且在其前 22 項中，偶數項的和與奇數項的和之比為 25 : 14。若此數列的公差為  $d$ ，則  $d =$

(1)  $3$

(2)  $5$

(3)  $6$

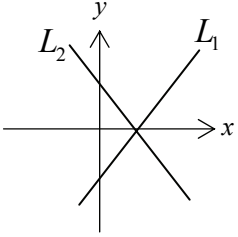
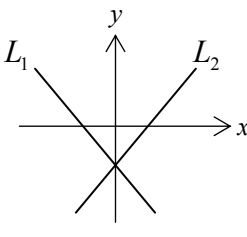
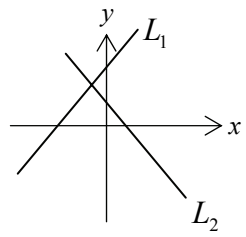
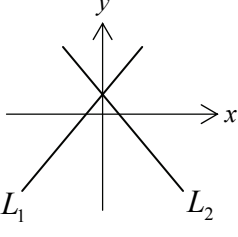
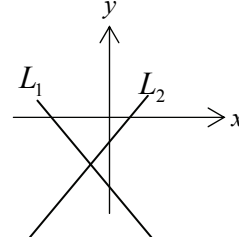
(4)  $11$

(5)  $13$

4. 設一等差數列有  $n$  項，已知此數列的前 4 項和為 36；末 4 項的和為 52，若此數列  $n$  項的總和為 396，則項數  $n$  為

- (1) 9 (2) 18 (3) 22  
(4) 36 (5) 45

5. 已知  $a, b \in R$ 。在坐標平面上，直線  $L_1: y = ax + b$  與  $L_2: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  的圖形可能是下列何者？

- (1)  (2)  (3) 
- (4)  (5) 

6. 設  $a, b, c, m, n$  均為實數且滿足  $a < b < c, m < n$ 。若  $m, n$  為方程式  $f(x) = (x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a) = 0$  的兩根，則  $a, b, c, m, n$  五數的大小順序為

- (1)  $m < n < a < b < c$  (2)  $m < a < n < b < c$  (3)  $a < m < b < n < c$   
(4)  $a < m < b < c < n$  (5)  $a < b < m < c < n$

7. 設  $f(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 3x - 6$ ，則  $f(1+2i) =$

(1)  $17 - 4i$

(2)  $17 + 4i$

(3)  $17 + 2i$

(4)  $17 - 2i$

(5)  $17$

## 二、多選題(占 25 分)

說明：第 8 題至第 12 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，選出正確選項畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以零分計算。

8. 在下列敘述中，試選出正確的選項：

(1) 坐標平面上，斜率為 1 的直線必會通過原點

(2) 0 是複數

(3) 函數  $y = |x-1| + |x-2| + 3$  之圖形必在  $x$  軸上方

(4)  $\sum_{k=1}^{12} k(k+1) = 728$

(5)  $\sum_{k=1}^{12} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{728}$

9. 設  $z$  為複數，則下列敘述哪些是正確的選項？

(1) 若  $|z|=6$ ，則  $z = \pm 6$

(2)  $|z| \geq 0$

(3)  $|z|^2 = z^2$

(4) 若  $|z-6|=0$ ，則  $z=6$

(5) 若  $z > 0$ ，則  $z$  為實數

10. 設  $f(x) = x^4 + ax^3 + bx + c$ ，其中  $a, b, c$  為實數。已知  $f(x)$  除以  $x^2 + 1$  得餘式為  $3x + 2$ ； $f(x)$  除以  $x + 1$  餘式為 3，則下列敘述哪些是正確的選項？

- (1)  $a = -2$                                       (2)  $b = 1$                                       (3)  $c = 0$   
(4)  $a + b + c = 0$                                       (5)  $a + b - c = -1$

11. 已知  $a, b, c$  是三個正整數。若 3、7、15 都是  $a, b$  的公因數，且  $b, c$  的最大公因數為 20，則下列敘述哪些是正確的選項？

- (1)  $45 \mid a$   
(2)  $b \geq 6300$   
(3) 若已知  $30 \leq c \leq 70$ ，則  $c$  必為 40  
(4)  $a, b, c$  三個數的最大公因數有可能恰為 20  
(5)  $[a, b, c] \geq 420$

12. 設  $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 + 3$ ，其中  $n$  為正整數，則下列敘述哪些是正確的選項？

- (1)  $a_1 = 4$                                       (2)  $a_n = 2n - 1$                                       (3)  $a_{10} = 19$   
(4) 數列  $\langle a_n \rangle$  為一等差數列 (5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{a_n^2} = \frac{1}{4}$

第貳部分：選填題(占40分)

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號(13~30)。  
2. 每題完全答對得5分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 設  $x, y \in N$ ，已知  $x^2 - xy - 2y^2 - 7 = 0$ ，求數對  $(x, y) = (\underline{13}, \underline{14})$ 。
- B. 設  $f(x) = a(x-1)(x-2) + b(x+1)(x-1) + c(x+1)x$ ，其中  $a, b, c \in R$ 。  
若  $f(0) = f(2) = f(3) = 5$ ，求  $6a + 3b + 2c = \underline{15}$ 。
- C. 已知等差數列  $\langle a_n \rangle$  滿足  $a_3 = 5$ ， $a_9 = -19$ 。令  $S_n$  表示此數列的前  $n$  項和，則  $S_n$  的最大值為  $\underline{16}$   $\underline{17}$ 。
- D. 設  $|z-2|=1$ ，求  $|z-5-4i|$  之最大值為  $\underline{18}$ 。

E. 某次數學考試成績太差，老師打算將全班的考試成績開根號後乘以 8，再加 20 分後做為新成績。試問在此方法下，考①⑨②⑩分的同學可以加到最多分。

F. 設正實數  $a$  的小數部分為  $b$  ( $0 < b < 1$ )，且  $3a^2 - b^3 = 22$ ，求  $a = \underline{\text{②①} + \sqrt{\text{②②}}}$ 。

G. 已知  $a, b \in R$ 。若  $1 - 2i + 3i^2 - 4i^3 + \dots + 39i^{38} - 40i^{39} = a + bi$ ，則數對  $(a, b) = (\underline{\text{②③} \text{②④} \text{②⑤}}, \underline{\text{②⑥} \text{②⑦}})$ 。

H. 設  $a, b, c \in R$ 。在坐標平面上，拋物線  $y = ax^2 + bx + c$  的圖形經過  $A(-1, 1)$ 、 $B(2, 4)$  兩點，但與  $x$  軸無交點，求  $a$  之範圍為  $\underline{\frac{\text{②⑧}}{\text{②⑨}} < a < \text{③⑩}}$ 。

參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  的公式解：
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2. 平面上兩點  $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$  間的距離  $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

3. 通過  $(x_1, y_1)$  與  $(x_2, y_2)$  的直線斜率  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ， $x_2 \neq x_1$

4. 首項為  $a_1$  末項為  $a_n$  且公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$$

5. 首項為  $a$  且公比為  $r$  的等比數列前  $n$  項之和  $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ ， $r \neq 1$

6. 級數和  $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$