

全國公私立高級中學

100 學年度學科能力測驗第二次聯合模擬考試

考試日期：100 年 9 月 7~8 日

數學考科

— 作答注意事項 —

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 7 題，多選題 5 題，選填題第 A 至 H 題共 8 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上畫記，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液(帶)。

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ± 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若單選題第 1 題的選項為(1)3(2)5(3)7(4)9(5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 $\overset{3}{\square}$ 畫記 (注意不是 7)，如：

解 答 欄											
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	- ±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若多選題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 $\overset{1}{\square}$ 與 $\overset{3}{\square}$ 畫記，如：

10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ±
----	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-----

(二) 選填題的題號是 A, B, C……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ 時，則考生必須分別在答案

卡的第 18 列的 $\overset{3}{\square}$ 與第 19 列的 $\overset{8}{\square}$ 畫記，如：

18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ±
19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ±

例：若第 C 題的答案格式， $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列

的 $\overset{-}{\square}$ 與第 21 列的 $\overset{7}{\square}$ 畫記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ±
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ±

※ 試題後附有參考公式及可能用到的數值

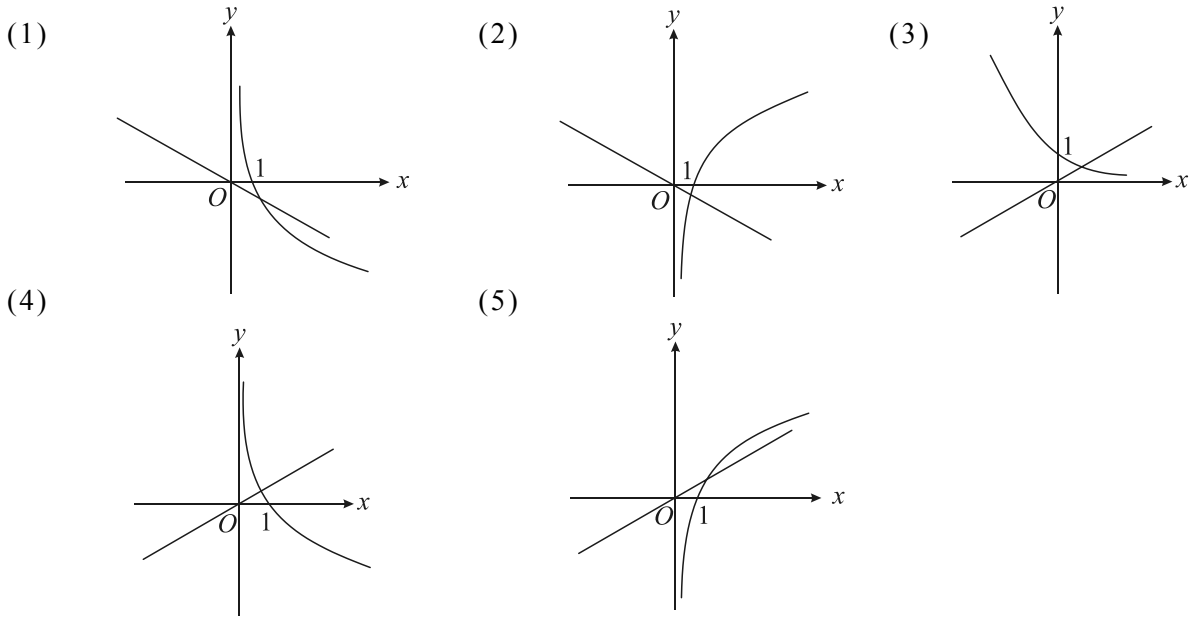
祝考試順利

第壹部分：選擇題（占 60 分）

一、單選題(占 35 分)

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對得 5 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設 $1 < a$ ，則下列何者表示函數 $y = \log_a x$ 與 $y = (a-1)x$ 的圖形最為恰當？



2. 自然數 A 被 161 除的餘數是 35，被 162 除的餘數也是 35，則 A 被 14 除的餘數是？

- (1) 5 (2) 6 (3) 7
(4) 8 (5) 9

3. 設 $f(x)$ 與 $g(x)$ 為實係數三次多項式，且 $f(1)=g(2)$ ， $f(2)=g(3)$ ， $f(3)=g(4)$ ， $f(4)=g(5)$ ，而 $f(x)=x^3+2x^2+3x+4$ ，由以上諸條件，求 $x+1$ 除 $g(x)$ 之餘式為何？
- (1) -2 (2) -1 (3) 0
(4) 1 (5) 2
4. 已知 $\{a_n\}$ 是等比數列，如果 $a_1+a_2=6$ ， $a_2+a_3=-3$ 且 $S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$ ，那麼 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 的值等於？
- (1) 2 (2) 4 (3) 8
(4) 16 (5) 32
5. 化簡 $\sin(280^\circ)\sin(-200^\circ)+\cos(160^\circ)\cos(-80^\circ)$ 之值為？
- (1) -3 (2) -2 (3) -1
(4) $\frac{-1}{2}$ (5) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
6. 已知 z 為複數且 $i=\sqrt{-1}$ ，如果 $|z+i|+|z-i|=2$ ，那麼 $|z+i+1|$ 的最小值是？
- (1) 1 (2) $\sqrt{2}$ (3) $\sqrt{3}$
(4) 2 (5) $\sqrt{5}$

7. 設 $x \in R$ ，若 $f(x) = (9^x + 9^{-x}) - 2(3^x + 3^{-x}) + 5$ ，則 $f(x)$ 之最小值為？

- (1) 1 (2) 2 (3) 3
(4) 4 (5) 5

二、多選題(占 25 分)

說明：第 8 題至第 12 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，選出正確選項畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以零分計算。

8. 設二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，其中 $a < 0$ 且 $x \in R$ ，若 $f(\alpha) = f(\beta) = 0$ ，且 $\alpha > \beta$ ，問下列何者正確？

- (1) 若 $\beta < x < \alpha$ ，則 $f(x) > 0$ (2) 若 $x > \beta$ ，則 $f(x) < 0$ (3) $f(5\alpha - 4\beta) < 0$
(4) $f(\frac{3\alpha + \beta}{4}) > 0$ (5) $f(\frac{\alpha + \beta}{2})$ 是最小值

9. 若 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ，則下列哪些函數在此範圍是遞增函數？

- (1) $\sin x + \cos x$ (2) $\sin x - \cos x$ (3) $\sin x \cdot \cos x$
(4) $\frac{\sin x}{\cos x}$ (5) $\frac{\cos x}{\sin x}$

10. 設 $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ 是整係數三次多項式且 $f(1+i) = 0$ ， $f(2-i) = -3+i$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (1) $f(1-i) = 0$ (2) $f(2+i) = 3-i$ (3) $b+c+d = 3$
(4) $f(x)$ 有整係數二次因式 (5) $f(x) = x$ 沒有實數解

11. $\triangle ABC$ 中， $\angle A, \angle B, \angle C$ 之對邊分別為 a, b, c 且 $2a+3b-3c=0$ ， $a-2b+c=0$ ， $\triangle ABC$ 面積 $= 15\sqrt{3}$ ，則下列敘述哪些正確？

- (1) $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 5 : 7$
(2) 最大內角為 150°
(3) $\cos A : \cos B : \cos C = 13 : 7 : (-11)$
(4) $\triangle ABC$ 的周長為 30
(5) $\triangle ABC$ 外接圓面積為 $\frac{196}{3}\pi$

12. 給定三次方程式 $(x-2)(x-4)(x-6) + (x-1)(x-3)(x-5) = 0$ ，試問下列哪兩個正整數之間有這方程式的實根？

- (1) 1 與 2 之間 (2) 2 與 3 之間 (3) 3 與 4 之間
(4) 4 與 5 之間 (5) 5 與 6 之間

第貳部分：選填題(占 40 分)

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號(13–32)。
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 方程式 $8 \cdot 2^{\log_5 x} = 1$ 之解為 $\frac{\textcircled{13}}{\textcircled{14}\textcircled{15}\textcircled{16}}$ 。(化為最簡分數)

B. 設 $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 與 $g(x) = x^3 + a^2x^2 + 2ax - 16$ 的最高公因式為二次式，則實數 $a = \underline{\textcircled{17}}$ 。

C. 設等差數列 $\{a_n\}$ 的前 n 項和為 S_n ，若 $S_{12} = 48$ ，則 $a_3 + a_5 + a_8 + a_{10} = \underline{\textcircled{18}\textcircled{19}}$ 。

D. 小新暑假參加「那霸四天三夜郵輪之旅」，在途中發現有兩座不知名島嶼 A、B，經觀察得知：A 島在郵輪的東 37° 北 30 海哩處，B 島在郵輪的北 67° 西 50 海哩處。若此時 A、B 兩島嶼相距 k 海哩，則 $k = \underline{\textcircled{20}\textcircled{21}}$ 。

E. 已知直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ，在 \overline{AB} 上取一點 D ，使得 $\overline{AD} = 3$ 且 $\overline{CD} = 7$ ，又

$$\angle BCA = 3\angle DCA, \text{ 求 } \overline{BC} = \frac{\textcircled{22}\textcircled{23}\textcircled{24}}{\textcircled{25}\textcircled{26}}. \text{ (化為最簡分數)}$$

F. 金融海嘯以來，經濟復甦緩慢，某國央行為了刺激出口，增加競爭力，故意放手讓其貨幣貶值。若每個月平均貶值 2%，則至少需要 k 個月後才會貶值 20% 以上，求 $k = \underline{\textcircled{27}\textcircled{28}}$ 。

G. 若在複數平面上三個點 $A(0)$ ， $B(z - z_0)$ ， $C(z + z_0)$ 構成以 A 為直角頂點的等腰直角三角形，其中 $z_0 = \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3}i$ ，則 $\triangle ABC$ 面積為 $\frac{\textcircled{29}}{\textcircled{30}}$ 。(化為最簡分數)

H. 已知 $\triangle ABC$ 之內切圓切 \overline{BC} 於 D ，若 $\overline{AB} = 4, \overline{BC} = 6, \overline{CA} = 5$ ，則 $\overline{AD} = \underline{\sqrt{\textcircled{31}\textcircled{32}}}$ 。

參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的公式解：
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2. 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ， $x_2 \neq x_1$

3. 首項為 a 且公差為 d 的等差數列前 n 項之和 $S_n = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a 且公比為 r 的等比數列前 n 項之和 $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ ， $r \neq 1$

首項為 a 且公比為 r 的無窮等比級數之和 $S = \frac{a}{1-r}$ ， $-1 < r < 1$

4. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

三角函數的三倍角公式： $\cos 3\theta = 4\cos^3 \theta - 3\cos \theta$

$$\sin 3\theta = 3\sin \theta - 4\sin^3 \theta$$

5. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

6. 棣美弗定理：設 $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ，則 $z^n = r^n(\cos n\theta + i \sin n\theta)$ ， n 為一正整數

7. $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ， $\log 7 = 0.8451$

8. 算幾不等式：若 $a, b > 0$ ，則 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$