

臺中區國立高級中學 101 學年度
大學入學第一次學科能力測驗聯合模擬考

數學考科

試題編號：AU-3011
考試日期：101.11.01

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 5 題，多選題 8 題，選填題第 A 至 G 題共 7 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上畫記，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液（帶）。

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11，而正確的答案為 7，亦即選項 (3)時，考生要在答案卡第一列 ³ 劃記（注意不是 7），如：

| 解 答 欄 | | | | | | | | | | | | | |
|-------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | - | ± | |
| 1 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

例：若多選題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 ¹ 與 ³ 劃記，如：

| | | | | | | | | | | | | | |
|----|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 10 | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|----|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

(二) 選填題的題號是 A, B, C, …, 而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而答案是 $\frac{3}{8}$ 時，則考生必須分別在答案

卡的第 18 列的 ³ 與第 19 列的 ⁸ 畫記，如：

| | | | | | | | | | | | | | |
|----|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 18 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 19 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在

答案卡的第 20 列的 ⁻ 與第 21 列的 ⁷ 畫記，如：

| | | | | | | | | | | | | | |
|----|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 20 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 21 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

祝考試順利

第壹部分：選擇題（佔 65 分）

一、單選題（佔 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 坐標平面上，圓 $\Gamma: (x-6)^2+(y-6)^2=4$ ，直線 $L: 4x+3y=12$ ，若點 Q 在圓 Γ 上，點 R 在直線 L 上，且點 P 為平面上任一點，則 $\overline{PQ} + \overline{PR}$ 的最小值為下列哪一個選項？
- (1) 4
(2) 6
(3) 10
(4) 15
(5) 30
2. $(1-2x)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{10}x^{10}$ ，則 $\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{2^3} + \cdots + \frac{a_{10}}{2^{10}}$ 之值為下列哪一個選項？
- (1) 1
(2) -1
(3) 512
(4) 0
(5) 32
3. 在坐標平面上， A 點坐標為 $(-1, 0)$ ， B 點坐標為 $(1, 0)$ ，點 P 是直線 $x+y=2$ 上的一個動點，則向量 $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BP}$ 長度的最小值為下列哪一個選項？
- (1) 2
(2) $2\sqrt{2}$
(3) $2\sqrt{3}$
(4) $2\sqrt{5}$
(5) 4

4. 設 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 為整係數多項式，已知 $f(x) = 0$ 的三根皆為有理數，且 $f(\sqrt{3}) < 0$ ， $f(\sqrt{5}) > 0$ ， $f(\pi) < 0$ ， $f(\sqrt{17}) > 0$ ，則下列選項何者為常數項 c 之值？
- (1) 9
 - (2) -9
 - (3) 26
 - (4) -26
 - (5) -24
5. 設 $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 1$ ，若 $a + c = 5$ ， $b + d = 3$ ，則 $f(x)$ 除以 $(x^2 - 1)$ 的餘式為 $kx + m$ ，則下列哪一個選項為 $k + 2m$ 的值？
- (1) 10
 - (2) 12
 - (3) 15
 - (4) 18
 - (5) 20

二、多選題 (40 分)

說明：第 6 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

6. 數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ 中每一項的值可能是 1 或 -1 或 3，且 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 10$ ，若 $P = a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{10}^2$ ，則下列哪些選項是正確的？
- (1) 數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ 共有六組解
 - (2) P 之值中有三個是偶數
 - (3) P 之值中只有一個是質數
 - (4) P 之最大值是 50
 - (5) P 之最小值是 10
7. 等差數列 $\{a_n\}$ 前 n 項和為 S_n ， $n \in N$ ，若函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的圖形恆過點 (n, S_n) ，且 $S_4 = 24$ ， $a_3 = 7$ ，則下列哪些選項是正確的？
- (1) $a + b + 2c = 3$
 - (2) 函數 $f(x)$ 的圖形不經過第四象限
 - (3) $f(4) = f(8)$
 - (4) 函數 $f(x)$ 的最小值為 -2
 - (5) $x > 0$ 時，函數 $f(x)$ 與 $g(x) = 2x + 2$ 的圖形交於一點

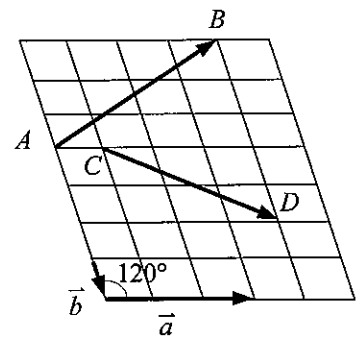
8. 下列哪些方程式有實數解？
- (1) $|x-2|+|x+3|=3$
 - (2) $x^2+2^x=0$
 - (3) $a, b, c, d \in R$ ，且 $a \neq 0$ ， $ax^3+bx^2+cx+d=0$
 - (4) $x^2+\log_2|x|+2=0$
 - (5) $x \cdot 2^x-2^{17}=0$
9. $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC}=4$ ，若 $\sin A$ 為方程式 $3x^3-x^2-12x+4=0$ 之一根，則下列哪些選項是正確的？
- (1) $\angle A$ 為銳角
 - (2) $\cos A = \cos(270^\circ + A) = \cos(360^\circ - A) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$
 - (3) $\triangle ABC$ 的外接圓面積為 36π
 - (4) $\cos 2A = \frac{7}{9}$
 - (5) $\cos A > \sin A$
10. $f(x)$ 為三次實係數多項式，若方程式 $f(x)=0$ 有一複數根 $-2+i$ ，則下列哪些選項是正確的？
- (1) $f(2+i)=0$
 - (2) $f(3+i) \neq 0$
 - (3) 若 $f(0) > 0$ 且 $f(3) < 0$ ，則 $f(5) < 0$
 - (4) $y=x+1$ 與 $y=f(x)$ 的圖形必有交點
 - (5) 沒有實數 x 滿足 $f(x^3)=x^2$
11. 下列哪些選項的運算結果是正數？
- (1) $1.1^{0.9} - 0.9^{1.1}$
 - (2) $\log_4 3 - \log_3 4$
 - (3) $(\sqrt{3} + \sqrt{14}) - (\sqrt{4} + \sqrt{13})$
 - (4) $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3}$
 - (5) $\cos 23^\circ \cos 47^\circ - \sin 23^\circ \sin 47^\circ$

12. 高一甲班有 50 位學生，期末考數學與英文兩科考試，皆有 25 格填充，每格 4 分。改完後統計發現數學成績最高分 80 分，全班平均 52 分，全距 68 分，中位數為 60 分；後來老師決定改變計分方式，每格以 5 分計算。由於英文成績表現理想，因此老師不改變計分方式，且調整前的數學成績與英文成績的相關係數為 0.87，試問下列哪些選項是正確的？

- (1) 調整後的數學成績平均為 65 分
- (2) 調整後的數學成績全距為 85 分
- (3) 調整後的數學成績中位數不變
- (4) 調整後的數學成績標準差不變
- (5) 調整後的數學成績與英文成績的相關係數比 0.87 大

13. 右圖為兩組兩兩平行的直線組合，已知任何相鄰兩直線之間的距離都相等，且每個小平行四邊形的邊長皆為 1，則下列哪些選項是正確的？

- (1) $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\vec{a} + 3\vec{b}$
- (2) 向量 \overrightarrow{CD} 的長度為 $\sqrt{7}$
- (3) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \frac{11}{2}$
- (4) 存在 $t < 0, s > 0$ 使得 $\vec{a} = t\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{CD}$
- (5) 存在 $t < 0, s > 0$ 使得 $\vec{b} = t\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{CD}$



第貳部分、選填題 (35 分)

說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (14~37)。
2. 每題完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 設坐標平面上 A 、 B 兩點都在第一象限內， O 為原點，直線 OA 的斜率為 1，直線 OB 的斜率為 3，且 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ，則直線 AB 的斜率為 $\frac{\textcircled{15} - \sqrt{\textcircled{16}}}{\textcircled{14}}$ 。
- B. 在 2 和 128 之間插入 8 個正數，使這 10 個數形成等比數列，已知 p 是所插入的 8 個數之乘積，若 p 的整數部分為 a 位數，最高位數字為 b ，則 $a + b = \textcircled{17}\textcircled{18}$ 。
($\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 7 \approx 0.8451$)

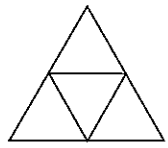
C. 在坐標平面上有一圓 C ，其方程式為 $x^2 + y^2 - 4x - 6y + a = 0$ ，一直線 $L: 4x + 3y + b = 0$ 與圓 C 相切於 P 點，已知 P 點坐標為 $(-2, c)$ ，則數對 (a, b, c) 為 (19, 20, 21), (22), (23)。

D. 甲、乙各自任意寫出一個二位數，已知甲所寫的數比乙所寫的數大，則甲的個位數大於乙的個位數的機率為 $\frac{26 \cdot 27}{24 \cdot 25}$ 。

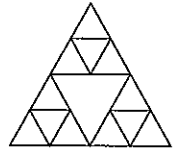
E. 若 $\begin{cases} 3x - y - 6 \leq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$ ，且 $z = ax + by$ 之最大值為 12，其中 $a > 0, b > 0$ ，則 $2a^2 + 3b^2$ 的最小值為 $\frac{29 \cdot 30}{28}$ 。

F. 滿足行列式 $\begin{vmatrix} \log_{\frac{1}{2}}(x-3) & \log_2(x-3)^4 \\ 1 & \log_{\frac{1}{2}}(x-3) \end{vmatrix} \leq -3$ 的所有整數 x 的和為 31, 32。

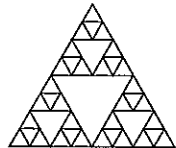
G. 如下圖(一)、(二)、(三)，三角形的個數分別為 $a_1 = 5, a_2 = 17, a_3 = 53$ ，則 $a_8 =$ 33, 34, 35, 36, 37。



(圖一)



(圖二)



(圖三)