

# 全國公私立高級中學

101 學年度學科能力測驗第三次聯合模擬考試

考試日期：101 年 11 月 1~2 日

## 數學考科

### —作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 5 題，多選題 6 題，選填題第 A 至 I 題共 9 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生必須

分別在答案卡的第 18 列的  $\overset{3}{\square}$  與第 19 列的  $\overset{8}{\square}$  畫記，如：

18	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\blacksquare}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\square}$	$\overset{\pm}{\square}$
19	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\square}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\blacksquare}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\square}$	$\overset{\pm}{\square}$

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案

卡的第 20 列的  $\overset{-}{\square}$  與第 21 列的  $\overset{7}{\square}$  畫記，如：

20	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\square}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\blacksquare}$	$\overset{\pm}{\square}$
21	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\square}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\blacksquare}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\square}$	$\overset{\pm}{\square}$

※ 試題後附有參考公式及可能用到的數值







11. 已知  $\triangle ABC$  中，三邊為  $\overline{BC}=a$ ， $\overline{CA}=b$ ， $\overline{AB}=c$ ，其高分別為  $h_a$ ， $h_b$ ， $h_c$ ，且  $h_a=2h_c$ ， $2h_a=3h_b$ ，則下列哪些選項是正確的？
- (1)  $\sin A : \sin B = 2 : 3$                       (2)  $2\cos A + 7\cos C = 0$                       (3)  $a = 2$
- (4)  $h_a = 6$                                       (5) 若  $h_b = 4$ ，則  $\triangle ABC$  面積為  $\frac{96}{\sqrt{15}}$

### 第貳部分：選填題(占 45 分)

說明：1. 第 A 至 I 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(12-33)。

2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 設實數  $x$  滿足  $0 < x < 1$ ，且  $\frac{\log_2 100}{\log_2 x} - \log x = 1$ ，則  $\frac{1}{x} = \underline{\textcircled{12} \textcircled{13} \textcircled{14}}$ 。
- B. 設  $\angle A$  為第四象限角且  $\sin(180^\circ - A)\cos 330^\circ + \cos A \sin 150^\circ = \sin 2013^\circ$ ，若  $\angle A$  的最小正同界角  $= m^\circ$ ，則  $m = \underline{\textcircled{15} \textcircled{16} \textcircled{17}}$ 。
- C. 研究 4 位同學的物理( $x$ )與數學( $y$ )成績級分關係。在經過測驗後記錄這 4 位學生的物理與數學成績二維數據，如右表。若物理平均  $\mu_x$  比數學平均  $\mu_y$  少 2 分且相關係數  $R_{xy} = \frac{1}{2}$ ，試求數對  $(s, t) = (\underline{\textcircled{18}}, \underline{\textcircled{19}})$ 。
- |     |   |     |     |   |
|-----|---|-----|-----|---|
| $x$ | 5 | $s$ | $t$ | 6 |
| $y$ | 7 | 9   | 8   | 8 |

D. 設某一個等比數列的前面  $n$  項之總和為  $S_n$ ，且已知這個等比數列的前 6 項總和恰好比其前 3 項的總和多了 8 倍，若  $S_{12} = m \cdot S_2$ ，試求  $m$  值為 ⑳㉑㉒㉓。

E. 坐標平面上有兩條平行直線距離為 36。它們的  $x$  截距相差 60。則這兩條平行直線的  $y$  截距相差 ㉔㉕。

F. 某天下午，小明家來了 4 個客人，媽媽叫小明從冰箱中任意取出 4 個水果招待客人，小明打開冰箱發現冰箱中有蘋果 5 個，草莓、西瓜、蕃茄、香蕉各 2 個，橘子 1 個，如下：



若每人都恰好分到一個水果，請問小明招待客人的方法共有 ㉖㉗㉘㉙ 種。

G. 某老板為了提昇工廠的競爭力，改善營運績效；決定在五年之後將工廠的採購成本減少 20%。老板希望每年依固定的比率(當年和前一年支出的比)逐年降低。若要達到這項目標，則該工廠每年至少要比前一年減少 ㉚.㉛ % 的採購成本，才可以順利達成預定的目標。(  $\log 952 \approx 2.9806$  )

H. 在坐標平面上，設  $H$  為  $\triangle ABC$  的垂心(三高的交點)，已知  $\overline{AB}=4$ ， $\overline{BC}=6$ ， $\overline{CA}=2\sqrt{7}$ 。  
若  $\overrightarrow{AH}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$ ，試求  $|\sqrt{3}\cdot\overrightarrow{AH}|=\underline{\textcircled{32}}$ 。

I. 方程組  $\begin{cases} x+2y=ax \\ 3x+2y=ay \end{cases}$  除了  $x=0$ ， $y=0$  外尚有其他解，試求  $3x^2-2y^2+xy+a^2-3a=\underline{\textcircled{33}}$ 。

參考公式及可能用到的數值

1. 平面上兩點  $P_1(x_1, y_1)$  ,  $P_2(x_2, y_2)$  間的距離為  $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
2. 通過  $(x_1, y_1)$  與  $(x_2, y_2)$  的直線斜率  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  , 但  $x_2 \neq x_1$
3. 首項為  $a$  且公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和  $S_n = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2}$   
首項為  $a$  且公比為  $r$  的等比數列前  $n$  項之和  $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$  ,  $r \neq 1$
4. 算術平均數 :  $M(=\bar{X}) = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
5. 相關係數 :  $r = \frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \mu_x)(y_k - \mu_y)}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (x_k - \mu_x)^2} \sqrt{\sum_{k=1}^n (y_k - \mu_y)^2}}$
6. 三角函數的和角公式 :  $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$   
 $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
7.  $\triangle ABC$  之正弦定理 :  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$   
 $\triangle ABC$  之餘弦定理 :  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
8. 參考數值 :  $\sqrt{2} \approx 1.414$  、  $\sqrt{3} \approx 1.732$  、  $\sqrt{5} \approx 2.236$  、  $\sqrt{6} \approx 2.449$  、  $\pi \approx 3.142$
9. 對數值 :  $\log_{10} 2 \approx 0.3010$  ,  $\log_{10} 3 \approx 0.4771$  ,  $\log_{10} 5 \approx 0.6990$  ,  $\log_{10} 7 \approx 0.8451$