

## 第壹部分：選擇題(占 65 分)

### 一、單選題(占 30 分)

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 已知  $3 + \frac{5}{x-2} + \frac{-1}{(x-2)^2} + \frac{6}{(x-2)^3} = \frac{f(x)}{(x-2)^3}$ ，則多項式  $f(x)$  除以  $x-1$  的餘式為何？

- (1) 9
- (2) 10
- (3) 11
- (4) 12
- (5) 13

2. 若  $11^{30}$  乘開後之千位數、百位數、十位數、個位數分別為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ ，則下列敘述何者正確？

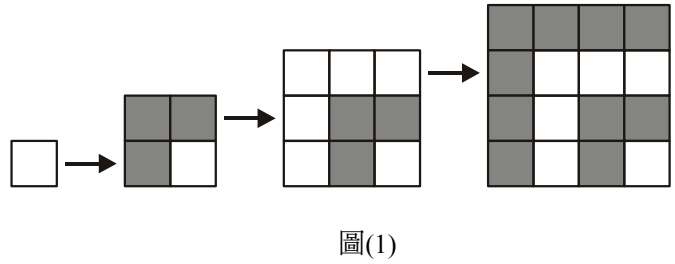
- (1)  $a+b+c+d=25$
- (2)  $abcd=24$
- (3)  $c=4$
- (4)  $b=6$
- (5)  $a=3$

3. 若  $2^a = \log_{\frac{1}{2}} a$ ， $(\frac{1}{2})^b = \log_2 b$ ， $2^c = (\frac{1}{2})^c$ ， $(\frac{1}{2})^d = \log_{\frac{1}{2}} d$ ， $\log_2 e = \log_{\frac{1}{2}} e$ ，則下列敘述何者正確？

- (1)  $0 \leq a, b, c, d, e \leq 1$
- (2)  $c < d < a < b < e$
- (3)  $c < d < a < e < b$
- (4)  $c < a < d < e < b$
- (5)  $c < a < e < d < b$

4. 某水泥匠依設計圖鋪地磚，方法如圖(1)所示逐層鋪設：若此水泥匠共用 10000 塊黑白地磚鋪設一正方形廣場，請問其中黑色有多少塊？

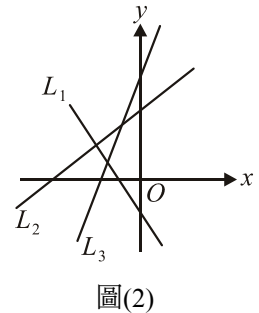
- (1) 4950 塊  
(2) 5000 塊  
(3) 5050 塊  
(4) 5150 塊  
(5) 5250 塊



5. 有關於  $x$ 、 $y$  之三個方程式  $\begin{cases} ax + y = 2b - 1 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x + ay = 2ab \cdots \cdots \textcircled{2} \\ ax - y = b \cdots \cdots \textcircled{3} \end{cases}$ ，其圖形為如圖(2)之三直線  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$ ，則依序對

應於三個方程式①、②、③之三直線，下列哪一個敘述正確？

- (1) 依序分別為  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$   
(2) 依序分別為  $L_2$ 、 $L_3$ 、 $L_1$   
(3) 依序分別為  $L_3$ 、 $L_1$ 、 $L_2$   
(4) 依序分別為  $L_3$ 、 $L_2$ 、 $L_1$   
(5) 依序分別為  $L_2$ 、 $L_1$ 、 $L_3$



6. 高一某生第一次段考，英文 64 分，數學 58 分，全校高一 600 位學生，英文成績平均為 65 分，數學成績平均為 60 分，則下列關於此生第一次段考成績的敘述，何者正確？
- (1) 此生成績表現，英文成績優於數學成績  
(2) 若全校英文成績標準差 8 分，則此生英文標準化分數為 0.125 分  
(3) 若全校英文成績標準差 8 分，數學成績標準差 16 分，則此生標準化分數英文低於數學  
(4) 若全校英文成績標準差 8 分，數學成績標準差 16 分，則此生英文成績優於數學  
(5) 若每一同學的數學科分數都調整為先加 100 後再除以 2 計算，則此生數學成績標準化分數不變

## 二、多選題(占35分)

說明：第7題至第13題，每題有5個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得5分；答錯1個選項者，得3分；答錯2個選項者，得1分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7. 設  $f(x)$  為三次實係數多項式，且知複數  $1+i$  為  $f(x)=0$  之一解。試問下列哪些敘述是正確的？

- (1)  $f(1-i)=0$
- (2)  $f(2+i) \neq 0$
- (3)  $f(2+i)+f(2-i)$  的值必為實數
- (4) 沒有實數  $x$  滿足  $f(x)=x$
- (5) 若  $f(0) > 0$  且  $f(2) < 0$ ，則  $f(4) < 0$

8. 若  $\log_3 a = 10$ 、 $\log_3 b = 13$ ，則下列敘述中，正確選項為何？

- (1)  $\log_3(a+b) = \log_3 a + \log_3 b$
- (2)  $\log_3(a+b) = (\log_3 a)(\log_3 b)$
- (3)  $a+b$  之值一定是 28 的倍數
- (4)  $a+b$  為 8 位數
- (5)  $\log_3(a+b)$  之值介於 13 與 14 之間

9. 若  $45^\circ < \theta < 90^\circ$ ，則下列敘述中，恆正確之選項為何？

- (1)  $\sin \theta > \cos \theta$
- (2) 點  $A(\sin 2\theta, \cos 2\theta)$  落在第二象限內
- (3) 點  $P(\cos \theta, \sin \theta)$  與  $Q(\cos(180^\circ + \theta), \sin(180^\circ + \theta))$  對稱於原點  $O$
- (4) 點  $P(\cos \theta, \sin \theta)$  與  $Q(\cos(180^\circ - \theta), \sin(180^\circ - \theta))$  對稱於  $y$  軸
- (5) 若有向角  $\theta$  終邊上一點  $B$  的坐標為  $B(5k, 12k)$ ，其中  $k > 0$ ，則  $\sin \theta - \cos \theta = \frac{7}{13}$

10. 有 20 筆數據  $(x_i, y_i)$ ,  $i=1,2,\dots,20$ , 其平均  $\bar{x}=6$ ,  $\bar{y}=3$ ,  $X$  與  $Y$  的相關係數  $r=0.9$ , 且  $Y$  對  $X$  的迴歸直線通過點  $(0,1)$ , 則下列敘述中, 恆正確之選項為何?

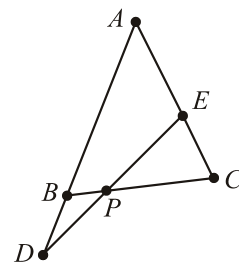
- (1)  $X$  與  $Y$  為正相關
- (2)  $Y$  對  $X$  的迴歸直線通過點  $(6,3)$
- (3)  $Y$  對  $X$  的迴歸直線的斜率為  $0.9$
- (4)  $Y$  對  $X$  的迴歸直線通過點  $(9,4)$
- (5)  $X$  的標準差小於  $Y$  的標準差

11. 已知過圓  $C: x^2 + y^2 = 1$  外一點  $P$ , 可以向圓  $C$  作出兩條交角為  $60^\circ$  的切線, 則下列敘述中, 正確選項為何?

- (1)  $P$  點坐標可能是  $(-2, 0)$
- (2)  $P$  點不可能落在直線  $x - y = 1$  上
- (3) 依題意過  $P$  點向圓  $C$  作出之切線段長必定為  $\sqrt{3}$
- (4) 符合題意之  $P$  點都在圓  $x^2 + y^2 = 4$  上
- (5) 符合題意之  $P$  點中, 與直線  $L: 3x + 4y = 20$  之最近距離 5

12. 如圖(3), 在  $\triangle ABC$  中, 點  $P$  在  $\overline{BC}$  上, 過點  $P$  的直線分別交直線  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$  於不同的點  $D$ 、 $E$ , 設  $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AE} = y\overrightarrow{AC}$ , 其中  $x > 0$ 、 $y > 0$ , 則下列敘述中, 正確選項為何?

- (1) 若  $\overline{BP} : \overline{PC} = 1 : 2$ , 則  $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$
- (2) 若  $\overline{BP} : \overline{PC} = 1 : 2$ , 則  $\overline{DP} : \overline{PE} = x : 2y$
- (3) 若  $\overline{BP} : \overline{PC} = 1 : 2$ , 且  $x = 2$ , 則  $y = \frac{1}{2}$
- (4) 若  $\overline{BP} : \overline{PC} = 1 : 2$ , 且  $x = 3$ , 則  $y = \frac{1}{3}$
- (5) 若  $\overline{BP} = \overline{PC}$ , 則  $x + y = 2xy$  恆成立



圖(3)

13. 如圖(4)，依照  $A_1、A_2、B_1、B_2、C_1、C_2、\dots、F_1、F_2$  之順序，以紅、黃、綠、藍四種顏色塗在此圖上，每格一色，相鄰異色，設塗完靠左  $2 \times k$  格有  $a_k$  種塗法(即塗完靠左  $2 \times 1 = 2$  格  $A_1 \sim A_2$  有  $a_1$  種塗法、塗完靠左  $2 \times 2 = 4$  格  $A_1 \sim B_2$  有  $a_2$  種塗法、塗完靠左  $2 \times 3 = 6$  格  $A_1 \sim C_2$  有  $a_3$  種塗法、 $\dots$ )，則下列敘述中，正確選項為何？

$A_1$	$B_1$	$C_1$	$D_1$	$E_1$	$F_1$
$A_2$	$B_2$	$C_2$	$D_2$	$E_2$	$F_2$

圖(4)

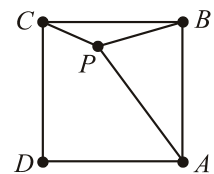
- (1)  $a_2 = 72$   
 (2)  $a_3 = 432$   
 (3)  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$  為一公比為 6 的等比數列  
 (4)  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$  既不為等比數列，也不為等差數列  
 (5)  $\frac{a_6}{a_3} = 343$

第貳部分：選填題(占 35 分)

說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(14~36)。  
 2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 若滿足不等式組  $\begin{cases} |x+5| < 3 \\ (2x-1)(x+1) < (x+1)(x-4) \end{cases}$  之解為  $\alpha < x < \beta$ ，則數對  $(\alpha, \beta) = \underline{\quad (14)(15), (16)(17) \quad}$ 。

B. 如圖(5)所示，已知  $P$  為正方形  $ABCD$  內部的一點，若  $\overline{AP} = \sqrt{10}$ 、 $\overline{BP} = 2$ 、 $\overline{CP} = \sqrt{2}$ ，則正方形  $ABCD$  的面積為 18 19 平方單位。

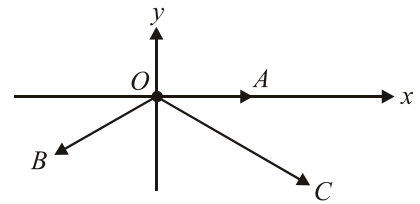


圖(5)

C. 已知  $\cos \theta = \frac{3}{5}$ ，則  $\tan(45^\circ + \frac{\theta}{2}) + \tan(45^\circ - \frac{\theta}{2})$  之值 =  $\frac{20(21)}{22}$ 。

- D. 在  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB}=8$ 、 $\overline{AC}=4$ ， $\angle A=120^\circ$ ， $\angle A$  的平分線交  $\overline{BC}$  於  $D$ ，  
則  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$  之值 =  $\frac{\textcircled{23}\textcircled{24}}{\textcircled{25}}$ 。

- E. 如圖 (6)， $\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OB}$ 、 $\overrightarrow{OC}$  為平面上之三個向量，  
 $\angle AOB=150^\circ$ ， $\angle AOC=30^\circ$ ，且  $|\overrightarrow{OA}|=1$ ， $|\overrightarrow{OB}|=2$ ，  
 $|\overrightarrow{OC}|=3$ ，若  $\overrightarrow{OC}=\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}$ ，則數對  $(\alpha, \beta)=$   
 $\underline{\underline{(\textcircled{26}}\sqrt{\textcircled{27}}, \frac{\textcircled{28}}{\textcircled{29}})}$ 。



圖(6)

- F. 兄妹二人約定以擲骰子遊戲決定一星期七天晚餐的洗碗工作，規則是投擲一公正的骰子，若出現 1 或 2 點，則由大哥選一天洗碗；若出現 3 或 4 或 5 或 6 點，則由小妹選一天洗碗，當兩人中有一人先選得三天洗碗時，另一人必須負責剩餘之洗碗工作。則由小妹先選得三天洗碗工作的機率為  $\frac{\textcircled{30}\textcircled{31}}{\textcircled{32}\textcircled{33}}$ 。

- G. 設  $a, b \in R$ ， $f(x)=ax+b$ ，且  $0 \leq f(1) \leq 3$ ， $0 \leq f(2)+2b \leq 4$ ，若  $a+2b$  的最大值為  $M$ ，最小值為  $m$ ，則數對  $(M, m) = \underline{\underline{(\textcircled{34}, \textcircled{35}\textcircled{36})}}$ 。

## 可能用到的參考公式及數值

1. 參考數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ 、 $\log_{10} 7 \approx 0.8451$
2. 通過  $(x_1, y_1)$  與  $(x_2, y_2)$  的直線斜率  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ， $x_2 \neq x_1$
3. 首項為  $a$  且公比為  $r$  的等比數列前  $n$  項之和  $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ ， $r \neq 1$
4. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ ， $\tan(\theta_1 + \theta_2) = \frac{\tan \theta_1 + \tan \theta_2}{1 - \tan \theta_1 \tan \theta_2}$   
 $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
5.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c} = \frac{1}{2R}$ ， $R$  是外接圓半徑  
 $\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
6. 三點共線： $A$ 、 $B$ 、 $P$  為相異三點共線， $O$  任意一點  $\Leftrightarrow$  存在  $\alpha, \beta \in R$  且  $\alpha + \beta = 1$ ，使得  
 $\vec{OP} = \alpha \vec{OA} + \beta \vec{OB}$
7. 分點公式：若  $P$  點在  $\overline{AB}$  上，且  $\overline{AP} : \overline{PB} = m : n$ ， $O$  為任意一點，則  $\vec{OP} = \frac{n}{m+n} \vec{OA} + \frac{m}{m+n} \vec{OB}$
8. 母體標準差： $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \mu^2}$
9. 相關係數： $r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i' y_i'}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$
10. 迴歸直線： $y - \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} (x - \bar{x})$