第壹部分：選擇題(占 65 分)

一、單選題(占 30 分)

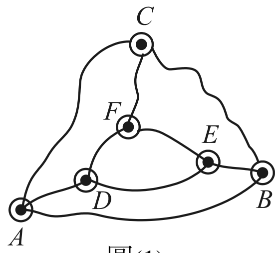
說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 等差數列$\langle a_n \rangle$中共有 13 個項。此數列所有項的算術平均數為 6，現從中刪去兩個項，使剩下的 11 個項之算術平均數亦為 6。已知刪去者之其中一項為a_9，則刪去之另一項為原數列$\langle a_n \rangle$的第 k 項，求 k 值為？

(1) 2
(2) 3
(3) 4
(4) 5
(5) 6

2. 如圖(1)所示，今要在某燈飾上的 6 個點 A、B、C、D、E、F 上各裝上一個燈泡，為了使燈光的變化多彩，在同一曲線段兩端分別採用不同顏色的燈泡。若現在有紅、綠、藍 3 種不同顏色的燈泡可供選用(每種顏色的燈泡數量均足夠多)，則此燈飾共有多少種不同的安裝方法？

(1) 3 種
(2) 6 種
(3) 12 種
(4) 18 種
(5) 24 種



圖(1)

3. 函數 $f(x) = -\dfrac{2}{x} + \log_3 x$ 的圖形與 x 軸的一個交點落在下列哪兩個實數之間？

(1) 0 與 1 之間
(2) 1 與 2 之間
(3) 2 與 3 之間
(4) 3 與 4 之間
(5) 4 與 5 之間

4. 對任意實數 x，$f(x)=|x+1|-|x-1|$的最大值與最小值的和等於下列哪一個選項？

(1) 0

(2) 1

(3) 2

(4) 4

(5) 不存在

5. 圓心在直線 L：$x-y=2$上，且與直線L_1：$2x-y+2=0$，L_2：$x-2y=0$均相切的圓有多少個？

(1) 0 個

(2) 1 個

(3) 2 個

(4) 3 個

(5) 無限多個

6. 某一個盒子中共有 12 個球，其中有 3 個 1 號球，9 個 2 號球。假設每個球被取到的機率相同且

P_1表示從盒子中一次取出 3 個球，取出的三球恰有兩個是 1 號球的機率

P_2表示從盒子中每次取出一球，**取後放回**，依次取出 3 球，取出的球三次中恰有兩次是 1 號球的機率

P_3表示從盒子中每次取出一球，**取後不放回**，依次取出 3 球，取出的球三次中恰有兩次是 1 號球的機率

試問下列哪一個選項是正確的？

(1) $P_1=P_2=P_3$

(2) $P_1>P_2=P_3$

(3) $P_1=P_2>P_3$

(4) $P_1<P_2<P_3$

(5) $P_1=P_3<P_2$

二、多選題(占 35 分)

說明：第 7 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7. 對於坐標空間中一直線 L： $x+2=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$ 。下列哪些選項是正確的？
   (1) 點 $(2,3,-1)$ 在 L 上
   (2) L 與 $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ 垂直
   (3) L 與 $\begin{cases} 2x+y+7=0 \\ 3y+2z+7=0 \end{cases}$ 重合
   (4) L 與平面 $x-2y+3z-4=0$ 平行
   (5) L 與 x 軸互爲歪斜線

8. 下列哪些選項是正確的？
   (1) $0.8^3>0.7^3$
   (2) $\log_{0.5}0.7>\log_{0.5}0.8$
   (3) $0.8^{-0.7}<0.8^{0.7}$
   (4) $\log 0.8>\log 0.7$
   (5) $8^{0.3}>7^{0.3}$

9. 下列各選項中，哪些選項中的兩組解完全相同？
   (1) 不等式 $x^2\geq 9$ 與不等式 $|\ x\ |\geq 3$
   (2) 不等式 $x^2+x+1>0$ 與不等式 $x^3-1>x-1$
   (3) 不等式 $\dfrac{3}{x+2}<x$ 與不等式 $3<x(x+2)$
   (4) 不等式 $\dfrac{x}{x^2-2x+3}<2$ 與不等式 $2x^2-5x+6>0$
   (5) 不等式 $\dfrac{x-3}{x+2}\leq 0$ 與不等式 $(x+2)(x-3)^3\leq 0$

10. 設平面上兩直線 $\begin{cases} L_1：(2m+1)x+5my+5=0 \\ L_2：(3m+2)x-(m+2)y+3=0 \end{cases}$ 的交點爲 $(x_0\ ,\ y_0)$，其中 x_0 的值恰爲 y_0 值的 2 倍。下列哪些選項是正確的？

(1) $m=-2$

(2) 直線 L_1 不經過第二象限

(3) 直線 L_1 與直線 L_2 的夾角爲 $90°$

(4) 交點 $(x_0\ ,\ y_0)$ 在第一象限

(5) 交點 $(x_0\ ,\ y_0)$ 到原點的距離爲 $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$

11. 已知 $f(x)=ax^2+bx+c$ 爲實係數多項式函數，且滿足 $-2\le f(11)\le 1$，$-3\le f(12)\le -1$，$-1\le f(14)\le 3$ 。下列哪些選項是正確的？

(1) $f(15)=1\times f(11)+2\times f(12)+2\times f(14)$

(2) $f(15)$ 的最小值爲 -10

(3) $f(15)$ 的最大值爲 13

(4) 當 $f(11)=1$， $f(12)=-3$， $f(14)=3$ 時， $f(15)$ 有最大值

(5) 當 $f(11)=-2$， $f(12)=-3$， $f(14)=-1$ 時， $f(15)$ 有最小值

12. 轉移矩陣須滿足下列兩條件：(a)該矩陣的每一個元均爲非負實數，(b)該矩陣的每一行各元的和都等於 1。已知二階方陣 A 爲轉移矩陣，若 $A\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$，其中 b_1 、 b_2 均爲非負實數且 $b_1+b_2=1$ 。下列哪些選項是正確的？

(1) c_1 、 c_2 均爲非負實數且 $c_1+c_2=1$

(2) ${c_1}^2+{c_2}^2\le 1$

(3) ${b_1}^2+{b_2}^2={c_1}^2+{c_2}^2$

(4) $\left|\det A\right|\le 1$

(5) 若二階方陣 B 爲轉移矩陣，則 AB 亦爲轉移矩陣

13. 海水的溫度主要取決於太陽輻射，溫度隨著水深不同而改變，為了研究某海域水深對溫度的影響，經過實地測量得到六組 (水深, 溫度) 的數據資料如下：$(500, 8.5)$、$(600, 7.5)$、$(700, 6.3)$、$(800, 5.2)$、$(900, 4.5)$、$(1000, 2.8)$，其中測量單位分別為公尺和攝氏溫度。將此筆資料的相關係數記為 r，以最小平方法決定溫度對水深的迴歸直線斜率記為 m。現將單位轉換為呎(一呎約等於 0.3048 公尺)及華氏溫度(攝氏 x 度等於華氏 $\frac{9}{5}x+32$ 度)，若單位換算後該資料的相關係數記為 r'，以最小平方法決定溫度對水深的迴歸直線斜率記為 m'。下列關係式有哪些是正確的？

(1) $rm>0$

(2) $m'>0$

(3) $m'>m$

(4) $r=r'$

(5) $m=m'$

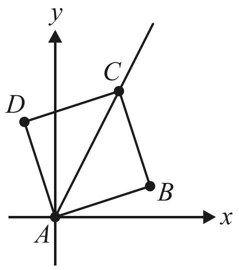
第貳部分：選填題(占 35 分)

說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號(14~28)。
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 平面上二點 A、B 的極坐標分別為 $A[3, 15^\circ]$、$B[5, 135^\circ]$，且 O 點為原點，若 M 為 $\overline{AB}$ 的中點，試求 $\overline{OM}$ 的長度 = $\frac{\sqrt{⑭⑮}}{⑯}$。(化為最簡根式)

B. 在直角坐標平面上由不等式組 $\begin{cases} 0 \le x \le 2 \\ y \le 2\sqrt{2} \\ x \le \sqrt{2}y \end{cases}$ 所決定的區域 D，若 $M(x, y)$ 為 D 上的動點，點 A 的坐標為 $(2, \sqrt{2})$，則 $z=\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{OA}$ 的最大值為 ⑰ 。

C. 如圖(2)所示，有一邊長為 1 的正方形 $ABCD$，今置頂點 A 於坐標平面上的原點 $(0,0)$，置頂點 C 於直線為 $y=2x$ 上且點 C 在第一象限，則 B 點的 y 坐標為 $\dfrac{\sqrt{⑱⑲}}{⑳㉑}$ 。(化為最簡根式)



圖(2)

D. 在 ΔABC 中，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 所對的邊分別為 a、b、c。若 ΔABC 面積為 96 且 $\dfrac{\cos A}{\cos B}=\dfrac{b}{a}=\dfrac{4}{3}$，則 c 的長度為 ㉒㉓ 。

E. 設 $\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$ 為坐標空間中三向量，並以 $\vec{a}\times\vec{b}$ 表示 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的外積。若 $\vec{a}=(1,0,1)$，$\vec{b}=(1,1,0)$，且 $\vec{c}$ 在 $\vec{a}\times\vec{b}$ 上之正射影向量為 $(5,-5,-5)$，則由 $\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$ 三向量所張的平行六面體的體積為 ㉔㉕ 。

F. 設 k 為一常數，已知 P 為橢圓 Γ_1：$\dfrac{x^2}{k}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 與雙曲線 Γ_2：$\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{k-18}=1$ 之一交點。若 F_1、F_2 為橢圓 Γ_1 的兩個焦點，且 $\overline{PF_1}:\overline{PF_2}=4:1$，則雙曲線 Γ_2 兩個焦點的距離為 ㉖ 。

G. 在一個不透明的箱子中有編號為 1 至 10 的球，假設從中取出任何一顆球的機率均相等，現由甲乙兩人進行取球的遊戲，從甲開始依甲、乙、甲、乙、……順序取球，每次取一球，取後不放回，當出現球號為 3 的倍數時，遊戲停止並由最後一位取球者獲得勝利。若已知取出第五顆球時勝負決定，則取球過程中恰出現 2 個奇數號球的機率為 $\dfrac{㉗}{㉘}$ 。(化為最簡分數)

可能用到的參考公式及數值

1. 參考數值：$\log_{10}2\approx 0.3010$ 、 $\log_{10}3\approx 0.4771$ 、 $\log_{10}7\approx 0.8451$

2. 通過 (x_1,y_1) 與 (x_2,y_2) 的直線斜率 $m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ ， $x_2\neq x_1$

3. 首項爲 a 且公比爲 r 的等比數列前 n 項之和 $S_n=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$ ， $r\neq 1$

4. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$ ， $\tan(A+B)=\dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}$

   $\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$

5. ΔABC 的正弦定理： $\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\sin B}{b}=\dfrac{\sin C}{c}=\dfrac{1}{2R}$ ，R 是外接圓半徑

   ΔABC 的餘弦定理： $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

6. 分點公式：若 P 點在 $\overline{AB}$ 上，且 $\overline{AP}$：$\overline{PB}=m$：n，O 爲任意一點，則 $\overrightarrow{OP}=\dfrac{n}{m+n}\overrightarrow{OA}+\dfrac{m}{m+m}\overrightarrow{OB}$

7. 標準差：$\sigma=\sqrt{\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}=\sqrt{\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}{x_i}^2-\mu^2}$

8. 相關係數： $r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_i'y_i'}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}$

9. 迴歸直線： $y-\overline{y}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}(x-\overline{x})$