臺中區國立高級中學 101 學年度
大學入學第二次學科能力測驗聯合模擬考

數 學 考 科

試題編號：AU-3012
考試日期：101.12.17

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 5 題，多選題 6 題，選填題第 A 至 I 題共 9 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上畫記，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液（帶）。

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

（一）填答選擇題時，只用 1，2，3，4，5 等五個格子，而不需要用到 −，±，以及 6，7，8，9，0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第一列 3 劃記（注意不是 7），如：

解答欄												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	−	±
1	□	□	■	□	□	□	□	□	□	□	□	□

例：若多選題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 1 與 3 劃記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	−	±
10	■	□	■	□	□	□	□	□	□	□	□	□

（二）選填題的題號是 A，B，C，…，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。

例：若第 B 題的答案格式是 $\dfrac{⑱}{⑲}$，而答案是 $\dfrac{3}{8}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 18 列的 3 與第 19 列的 8 畫記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	−	±
18	□	□	■	□	□	□	□	□	□	□	□	□
19	□	□	□	□	□	□	□	■	□	□	□	□

例：若第 C 題的答案格式是 $\dfrac{⑳㉑}{50}$，而答案是 $\dfrac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 − 與第 21 列的 7 畫記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	−	±
20	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	■	□
21	□	□	□	□	□	□	■	□	□	□	□	□

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

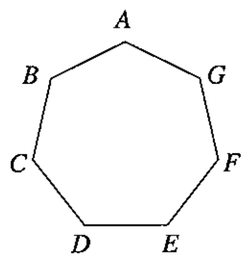
祝考試順利

第壹部分：選擇題（佔 55 分）

一、單選題（佔 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 在正七邊形的 7 個頂點任兩點相連的直線中，總共有多少個不同的斜率？（假設任兩點的連線皆非鉛直線）



(1) 7
(2) 14
(3) 21
(4) 35
(5) 42

2. 已知橢圓兩焦點 $A(3,0)$，$B(-3,0)$，若橢圓上有一點 P 在 $L: x+3y-13=0$ 上動，當橢圓的長軸長爲最小時，此時長軸長爲？

(1) $3\sqrt{6}$
(2) 8
(3) 10
(4) $\frac{10\sqrt{10}}{3}$
(5) 26

3. 西雪錢莊爲了在經濟不景氣的時機，擴大自己的營業額，提出了優惠的借款專案，即：「每借 10000 元，月息 200 元」（實際上錢莊是以月利率 2%複利計算本利和），梅大腦想要買最新的 iPhone5，所以跟錢莊借了 10000 元，想說一年後再還，若還款金額相當於借 10000 元一年，年息爲 r%的本利和，請問 r 最接近下列何數？

(1) 24
(2) 25
(3) 26
(4) 27
(5) 28

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732

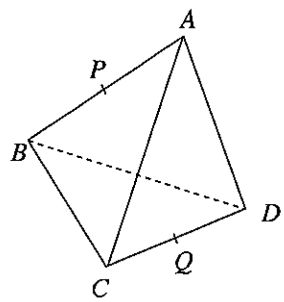
4. 已知 $\log 2 = 0.301$，$\log 3 = 0.4771$，$x \in R$，
若 $32^x - \frac{5}{3} \times 16^x + \frac{10}{9} \times 8^x - \frac{10}{27} \times 4^x + \frac{5}{81} \times 2^x = \frac{244}{243}$，求 x 最接近下列何數？
(1) 0.01
(2) 0.11
(3) 0.21
(4) 0.31
(5) 0.41

5. 已知在某個國家中，目前有 120 萬人使用蘋果系列的手機，而有 90 萬人使用 HTC 系列的手機，若在競爭的廣告促銷下，每經過一個月，原蘋果用戶會有 20%轉而使用HTC 的手機，而原HTC的用戶也會有 10%轉而使用蘋果的手機，假設手機用戶數不改變，另外所有用戶也都不改用其他牌的手機（例如三星），請問市場達到均衡時，蘋果的手機用戶數最接近下列哪一個選項？
(1) 60 萬人
(2) 70 萬人
(3) 80 萬人
(4) 90 萬人
(5) 100 萬人

二、多選題（30 分）

說明：第 6 題至第 11 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

6. 右圖為四面體 $A-BCD$，其中 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = 5$，
$\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{BD} = 4$，若 $3\overline{AP} = 2\overline{BP}$，$\overline{CQ} = \overline{QD}$，



(1) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{PA} = 10$
(2) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AQ} = 17$
(3) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{PA} = \frac{-34}{5}$
(4) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AQ} = 21$
(5) $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{PQ} = \frac{206}{5}$

7. 設有三種資料X、Y、Z，其中$Y=\dfrac{X-a}{b}$，a，b爲實數，且$b\neq 0$，試問以下何者正確？

(1)若a爲X的平均數，則Y的平均數爲0

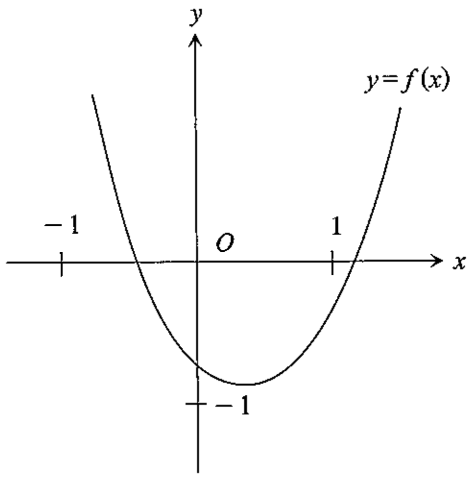
(2)若b爲X的標準差，則Y的標準差爲1

(3) Y對X的迴歸直線斜率恆爲$\dfrac{1}{b}$

(4)若Z對X的迴歸直線斜率爲1，則X與Z完全正相關

(5)相關係數$r_{Z,X}=r_{Z,Y}$恆成立

8. 已知二次函數$f(x)=ax^2+bx+c$圖形如右，則下列選項哪些正確？



(1) $c<-1$

(2) $2a+b>0$

(3)對於所有實數x，$ax^2+bx+c+1>0$恆成立

(4)$f(1+2i)\neq 0$

(5)$f(c)>0$

9. 阿卡姆瘋人院中，有一個檢驗犯人是否眞爲瘋子的儀器，此儀器測試眞瘋的犯人爲瘋子的機率爲90%，測試正常的犯人爲正常的機率爲80%，已知目前的瘋人院中有900個眞瘋的犯人、100個正常的犯人要接受此儀器的檢驗，而院方爲了愼重起見，第一次測爲瘋子的犯人，要再測試一次，並以第二次的檢驗情形，當成最後的結果（兩次檢驗間彼此獨立，而第一次測爲正常的犯人，不須再測一次，即當成最後的結果）請依最後的結果回答下列的問題：

(1)犯人受測時，被測爲瘋子的機率大於80%

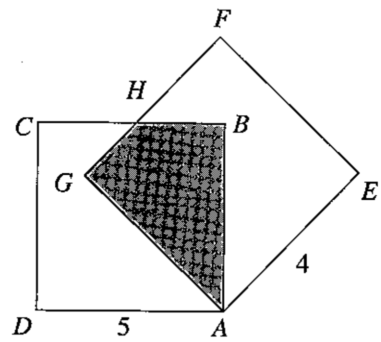
(2)犯人受測時，被測爲正常的機率小於30%

(3)已知某犯人測爲瘋子，則此人眞爲瘋子的條件機率大於90%

(4)已知某犯人測爲正常，則此人眞爲正常的條件機率小於50%

(5)正常的犯人被測爲瘋子的機率小於3%

10. 兩張正方形色紙 $ABCD$、$AEFG$ 重疊如右圖，已知 $\overline{AD}=5$，$\overline{AE}=4$，如果再知道哪一個條件就可以求得兩正方形重疊部分 $ABHG$ 的面積？



⑴兩色紙覆蓋總面積（即六邊形 $AEFHCD$ 面積）
⑵ $\overline{AH}$ 的長度
⑶ $\overline{BG}$ 的長度
⑷ $\angle BAG$ 的角度
⑸ $\overline{DE}$ 的長度

11. 擲一公正骰子一次出現的點數為 a（$a=1$、2、3、4、5、6），則方程式 $x^2+(a-3)y^2=4$ 的圖形，下列何者正確？
⑴出現雙曲線的機率比橢圓大
⑵出現橢圓的機率比圓大
⑶出現圓的機率比拋物線大
⑷不同點數所產生的圖形必相交
⑸將坐標平面分割成3個區域的機率為 $\frac{1}{3}$

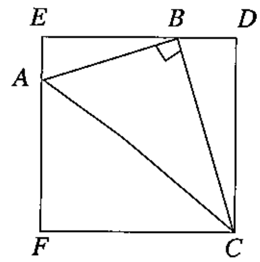
第貳部分、選填題（45分）

說明：1.第A至I題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（12～36）。
2.每題完全答對得5分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 欠運動身上一堆病，每天早、晚皆要從感冒藥、減肥藥、高血壓藥，這三種藥中選兩種吃，而且他每天至少吃一次高血壓藥，請問欠運動一天有幾種不同的吃藥方式？
__⑫__

B. 已知 a，b，$c\in N$，且 $a^{\log_b c}=a+b+c=9$，求 $ab+ac$ 的最大值為__⑬⑭__。

C. 如右圖，邊長為3，4，5的直角三角形 ABC 內接於一正方形 $CDEF$，$\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=4$，$\overline{AC}=5$，則正方形 $CDEF$ 的面積為 $\dfrac{⑮⑯⑰}{⑱⑲}$。（化為最簡分數）



D. 一隻青蛙由數線原點出發，每次跳一個單位，而且向前跳三步後，會向後跳兩步，再向前跳三步後，再往後跳兩步，依此類推，所以青蛙在數線經過的點即為 1、2、3、2、1、2、3、4、3、2、3、4、……，若青蛙總共跳了 100 步，請問青蛙在過程中所有經過點的數字總和為多少？ ⑳㉑㉒㉓

E. 設 $A=1+2+\cdots\cdots+n=\sum_{k=1}^{n}k$

$B=1^2+2^2+\cdots\cdots+n^2=\sum_{k=1}^{n}k^2 \qquad n\in N$

$C=1^3+2^3+\cdots\cdots+n^3=\sum_{k=1}^{n}k^3$

若 $2A+6B-C=0$，求 $n=$ ㉔ 。

F. 高三學生在畢業前，都會拍團體的畢業照，在拍照時，校長、該班導師、家長會長及六位任課老師要坐在最前排的 9 個座位，其中校長一定坐最中間，而家長會長和該班導師則分別坐在與校長相鄰的兩旁，其餘 6 個位子，任意給 6 位任課老師就座，但是這 6 位老師中，有 2 位老師有一點小誤會，所以他們不願意坐在相鄰的位子，請問有幾種不同的坐法。 ㉕㉖㉗㉘ 。

G. 已知 a、$b\in N$，且 $|x-1|\le a$，$|y+1|\le b$，若 xy 的最大值為 377，最小值為 -403，求 $ab=$ ㉙㉚㉛ 。

H. 已知 $k\in N$，且 $1\le k\le 2012$，設對於所有實數 x，$|x-1000|+|x-k|+|x-2012|>2k$ 恆有解，求滿足條件的 k 值有 ㉜㉝㉞ 個。

I. 點 P 為圓 C_1：$(x-6)^2+(y-8)^2=9$ 上的點，若 P 點到圓 C_2：$x^2+y^2=4$ 的最短距離是整數，則這樣的 P 點有 ㉟㊱ 個。

參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式$ax^2+bx+c=0$的公式解：$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

2. 首項爲a_1，公差爲d的等差數列前n項之和爲$S=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}=\dfrac{n(2a_1+(n-1)d)}{2}$

   等比數列$<ar^{k-1}>$的前n項之和$S_n=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$，$r\neq 1$

3. 級數公式：$\sum\limits_{k=1}^{n}k^2=1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$，

   $\sum\limits_{k=1}^{n}k^3=1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$

4. 和角公式：$\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$，$\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$

5. 二倍角公式：$\sin(2\theta)=2\sin\theta\cos\theta$，$\cos(2\theta)=\cos^2\theta-\sin^2\theta=2\cos^2\theta-1=1-2\sin^2\theta$

6. $\triangle ABC$的正弦定理：$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$，餘弦定理：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

7. 算術平均數：$\mu(=\overline{X})=\dfrac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}x_i$

   標準差：$\sigma=\sqrt{\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}=\sqrt{\dfrac{1}{n}\left(\left(\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2\right)-n\mu^2\right)}$

   X與Y的相關係數$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\mu_x)(y_i-\mu_y)}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\mu_x)^2}\cdot\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\mu_y)^2}}$

   Y對X的迴歸直線方式爲$Y=aX+b$，其中$a=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\mu_x)(y_i-\mu_y)}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\mu_x)^2}=r\cdot\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_X}$

8. 對數值：$\log_{10}2\approx 0.3010$，$\log_{10}3\approx 0.4771$，$\log_{10}5\approx 0.6990$，$\log_{10}7\approx 0.8451$

9. 參考數值：$\sqrt{2}\approx 1.414$；$\sqrt{3}\approx 1.732$；$\sqrt{5}\approx 2.236$；$\sqrt{6}\approx 2.449$；$\pi\approx 3.142$

臺中區國立高級中學 101 學年度
大學入學第二次學科能力測驗聯合模擬考
數學考科詳解

第壹部分：選擇題

一、單選題

1. 參考答案：(1)

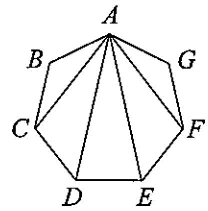
試題解析：如圖，以 A 爲頂點

在正七邊形內部的對角線皆與邊上平行，

即 $\overline{AC} // \overline{EF}$，$\overline{AD} // \overline{BC}$，$\overline{AE} // \overline{GF}$，$\overline{AF} // \overline{CD}$，

故內部的對角線皆不會產生新的斜率

$\therefore$ 只有 7 個邊上的斜率



2. 參考答案：(3)

試題解析：求長軸長 $=\overline{PA}+\overline{PB}$ 之最小值

設 $H(3+t,3t)$

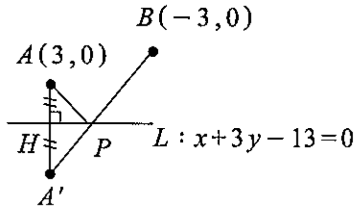
$\because H\in L \Rightarrow (3+t)+3(3t)-13=0$，$t=1$

$\therefore H(4,3)$，$A'(5,6)$

當 P 在 $\overline{A'B}$ 與 L 交點時 $\overline{PA}+\overline{PB}=\overline{PA'}+\overline{PB}$

$=\overline{A'B}=\sqrt{8^2+6^2}=10$

故選(3)



3. 參考答案：(4)

試題解析：欲算 $10000(1+0.02)^{12}=10000(1+r\%)$

令 $x=(1.02)^{12}$

$\log x=12\cdot\log 1.02$　查表可得

$=12\cdot 0.0086=0.1032$

由 $\log x=0.1032$

反查 $x\doteqdot 1.27$

所以 $10000(1+0.02)^{12}=10000\times 1.27=12700=10000(1+r\%)$

$r=27\%$

$\therefore$ 故選(4)

4. 參考答案：(5)

試題解析：原式 $32^x-\dfrac{5}{3}\times 16^x+\dfrac{10}{9}\times 8^x-\dfrac{10}{27}\times 4^x+\dfrac{5}{81}\times 2^x=\dfrac{244}{243}$

$\Rightarrow (2^x-\dfrac{1}{3})^5+\dfrac{1}{243}=\dfrac{244}{243}$

$\Rightarrow (2^x-\dfrac{1}{3})^5=1^5$　　$\therefore 2^x=\dfrac{4}{3}$

則 $\log_2 2^x=\log_2\dfrac{4}{3}=\log_2 4-\log_2 3=2-\dfrac{\log 3}{\log 2}\doteqdot 0.41$

5. 參考答案：(2)

試題解析：依題意，寫出轉移矩陣，其中 H：HTC 用戶，A：蘋果用戶

$$\text{轉移矩陣 } T=\begin{array}{c} \\ H \\ A \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cc} H & A \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{bmatrix} \end{array}，X_0=\begin{bmatrix} 90 \\ 120 \end{bmatrix}\begin{array}{c} H \\ A \end{array} \quad \text{表原始用戶數}$$

$$\text{令 } X=\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}\begin{array}{c} H \\ A \end{array} \quad \text{表均衡時，}H\text{，}A\text{的用戶數，且 }a+b=210\text{（萬）}$$

$$\text{而均衡時，}X=TX \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 0.1 & 0.8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

$$\text{得 } \begin{array}{l} a=0.9a+0.2b \\ b=0.1a+0.8b \end{array} \quad \text{又 } a+b=210 \quad \text{解得 } \begin{cases} a=140 \\ b=70 \end{cases}$$

∴ 均衡時，蘋果用戶爲 70 萬人

∴ 選(2)

二、多選題

6. 參考答案：(1)(3)(4)

試題解析：(1) $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{PA}=|\overrightarrow{BA}|\cdot|\overrightarrow{PA}|\cdot\cos 0°=5\times 2=10$

(2) $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AQ}=|\overrightarrow{BA}|\cdot|\overrightarrow{AQ}|\cdot\cos(180°-\angle BAQ)$

$=5\times\sqrt{21}\times(-\cos\angle BAQ)$

$=5\times\sqrt{21}\times\left(-\dfrac{25+21-12}{2\times 5\times\sqrt{21}}\right)=-17$

(3) $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{PA}=|\overrightarrow{AD}|\cdot|\overrightarrow{PA}|\cdot\cos(180°-\angle PAD)$

$=5\times 2\times(-\cos\angle PAD)$

$=5\times 2\times\left(-\dfrac{25+25-16}{2\times 5\times 5}\right)=\dfrac{-34}{5}$

(4) $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AQ}=|\overrightarrow{AD}|\cdot|\overrightarrow{AQ}|\cdot\cos\angle DAQ=|\overrightarrow{AQ}|^2=21$

(5) $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{PQ}=(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD})(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AQ})$

$=\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AQ}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AQ}=\dfrac{36}{5}$

故選(1)(3)(4)

7. 參考答案：(1)(2)(3)

試題解析：(1)正確 ∵ $\mu_Y=\dfrac{\mu_X-a}{b}$，而 $a=\mu_X$ 代入 ∴ $\mu_Y=\dfrac{\mu_X-\mu_X}{b}=0$

(2)正確 ∵ $\sigma_Y=\dfrac{\sigma_X}{b}$，而 $b=\sigma_X$ 代入 ∴ $\sigma_Y=\dfrac{\sigma_X}{\sigma_X}=1$

(3)正確 ∵ 已知 $Y=\dfrac{X-a}{b}$ 已是線性關係 ∴ Y 對 X 的迴歸直線

即爲本身關係式：$Y=\dfrac{1}{b}(X-a)$，所以斜率爲 $\dfrac{1}{b}$

(4)不正確 ∵ $m=r_{Z,X}\dfrac{\sigma_Z}{\sigma_X}$ 還受標準差的影響

(5)不正確 ∵ $r_{Y,Z}=\dfrac{\frac{1}{b}}{\left|\frac{1}{b}\right|}r_{X,Z}$，有可能 $r_{X,Z}=-r_{Y,Z}$

8. 參考答案：(2)(3)(4)(5)

試題解析：$f(x)=ax^2+bx+c=a(x+\frac{b}{2a})^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$

頂$(\frac{-b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a})$，交$y$軸於$(0,c)$

(1) $c>-1$

(2)開口向上 $\Rightarrow$ $a>0$ 又$\frac{-b}{2a}<1$ $\therefore$ $2a+b>0$

(3) $\because$ $f(x)=ax^2+bx+c$ 圖形恆在$y=-1$上方

$\therefore$ $ax^2+bx+c>-1$ 恆成立

即$ax^2+bx+c+1>0$ 恆成立

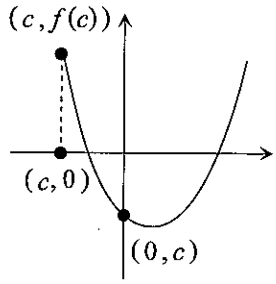
(4) $f(x)=ax^2+bx+c$ 與x軸交兩點

$\therefore$ $ax^2+bx+c=0$，x有兩相異實數解

$\therefore$ $f(1+2i)\neq 0$

(5)由圖可知，$f(c)>0$

故選(2)(3)(4)(5)

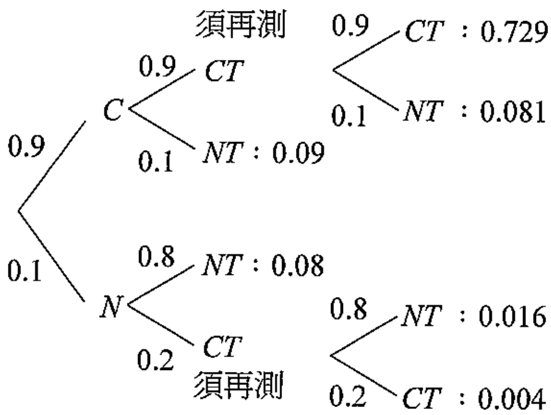


9. 參考答案：(2)(3)(4)

試題解析：令C：表眞瘋的犯人，CT：爲被測爲瘋子

N：表正常的犯人，NT：爲被測爲正常

可將條件繪出如下樹狀圖



(1)錯誤。$P(CT)=0.729+0.004<0.8$

(2)正確。$P(NT)=0.267<0.3$

(3)正確。$P(C\mid CT)=\frac{0.729}{0.733}>0.9$

(4)正確。$P(N\mid NT)=\frac{0.096}{0.267}<0.5$

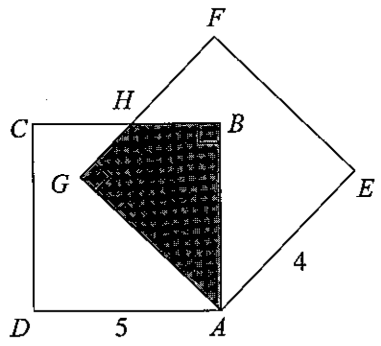
(5)錯誤。$P=0.2\times 0.2=0.04>0.03$

$\therefore$ 選(2)(3)(4)

10. 參考答案：(1)(2)(3)(4)(5)

試題解析：(1)總覆蓋面積＝□$ABCD$＋□$AEFG$－□$ABHG$

$=5^2+4^2-$□$ABHG$，可求之



(2)知$\overline{AH}$，可用畢氏定理求$\overline{HG}$及$\overline{HB}$

□$ABHG=\triangle AHG+\triangle AHB$，可求之

(3)知$\overline{BG}$，$\overline{GA}$，$\overline{AB}$，可用餘弦定理求$\cos\angle BAG$

便知$\sin\angle BAG$，

再利用正弦定理$\dfrac{\overline{BG}}{\sin\angle BAG}=2R=\overline{AH}$，可得$\overline{AH}$

由(2)知，可求之

(4)知$\angle BAG$，加上$\overline{AB}$，$\overline{AG}$用餘弦定理求$\overline{BG}$

由(3)知，可求之

(5)知$\overline{DE}$，加$\overline{AD}$，$\overline{AE}$可用餘弦定理求$\angle EAD$

$\because\ \angle EAD=90°+90°-\angle BAG$，可得$\angle BAG$，由(4)知可求之

11. 參考答案：(2)(3)(4)

試題解析：$a=1\ \Rightarrow\ x^2-2y^2=4$（雙曲線）

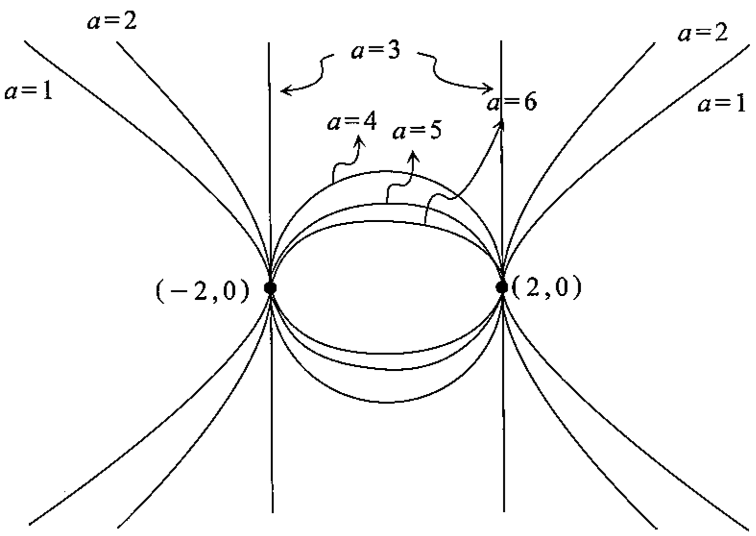
$a=2\ \Rightarrow\ x^2-y^2=4$（雙曲線）

$a=3\ \Rightarrow\ x^2=4\ \Rightarrow\ x=2$ or $x=-2$（兩平行線）

$a=4\ \Rightarrow\ x^2+y^2=4$（圓）

$a=5\ \Rightarrow\ x^2+2y^2=4$（橢圓）

$a=6\ \Rightarrow\ x^2+3y^2=4$（橢圓）



P(雙曲線)$=\dfrac{2}{6}$

P(橢圓)$=\dfrac{2}{6}$

P(圓)$=\dfrac{1}{6}$

P(拋)$=0$

(5)當$a=1$，2，3時，圖形將平面分割成3個區域

當$a=4$，5，6時，圖形將平面分割成2個區域

故機率為$\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$

故選(2)(3)(4)

第貳部分：選填題

A. 參考答案：8（⑫ 8）

試題解析：早　A　B　C　　　　　A：感冒　B：高血壓　C：減肥藥

晚　A　B　C

任意吃　都沒吃高血壓

$C^3_2\times C^3_2-C^2_2\times C^2_2=8$

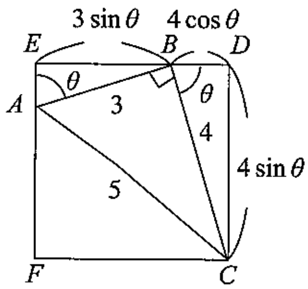
B. 參考答案：20（⑬ 2　⑭ 0）

試題解析：滿足 a，b，$c\in N$，且 $a^{\log_b^c}=a+b+c=9$ 的 (a,b,c) 有兩組解 $(3,2,4)$ 或 $(4,2,3)$

代入 $ab+ac$ 各得 18，20　　$\therefore$ $ab+ac$ 最大值為 20

C. 參考答案：$\dfrac{256}{17}$（⑮ 2　⑯ 5　⑰ 6　⑱ 1　⑲ 7）

試題解析：設 $\angle CBD=\angle BAE=\theta$



則 $\overline{EB}=3\sin\theta$，$\overline{BD}=4\cos\theta$，$\overline{CD}=4\sin\theta$

$\because$ $3\sin\theta+4\cos\theta=4\sin\theta$

$\Rightarrow$ $\sin\theta=4\cos\theta$ $\Rightarrow$ $\tan\theta=4$

$\Rightarrow$ $\sin\theta=\dfrac{4}{\sqrt{17}}$，$\overline{CD}=4\sin\theta=\dfrac{16}{\sqrt{17}}$

$\square CDEF=(\dfrac{16}{\sqrt{17}})^2=\dfrac{256}{17}$

D. 參考答案：1130（⑳ 1　㉑ 1　㉒ 3　㉓ 0）

試題解析：每 5 步之和成等差，公差為 5

$(1+2+3+2+1)+(2+3+4+3+2)+(3+4+5+4+3)+\cdots$

$=9+14+19+\cdots$

跳了 100 步，可分為 20 組

$\therefore$ $S_{20}=\dfrac{(2a_1+(n-1)d)\times n}{2}=\dfrac{(18+19\times 5)\times 20}{2}=1130$

E. 參考答案：8（㉔ 8）

試題解析：$A=\sum\limits_{k=1}^{n}k=\dfrac{n(n+1)}{2}$，$B=\sum\limits_{k=1}^{n}k^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$C=\sum\limits_{k=1}^{n}k^3=\dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$

又 $2A+6B-C=0$ $\Rightarrow$ $2\times\dfrac{n(n+1)}{2}+6\times\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}-\dfrac{n^2(n+1)^2}{4}=0$

$\Rightarrow$ $\dfrac{n(n+1)}{4}[4+4(2n+1)-n(n+1)]=0$

$\Rightarrow$ $n(n+1)(n-8)(n+1)=0$

$\therefore$ $n=8$

F. 參考答案：1056（㉕ 1　㉖ 0　㉗ 5　㉘ 6）

試題解析：△ △ △　班 校 長　△ △ △

$$\underbrace{2}_{\text{導師與會長可互換}}\cdot(6!-\overbrace{4\cdot 2!}^{\text{相鄰位子選法}}\cdot 4!)=1056$$

G. 參考答案：360（㉙ 3　㉚ 6　㉛ 0）

試題解析：$|x-1|\le a \Rightarrow -a+1\le x\le a+1$

$|y+1|\le b \Rightarrow -b-1\le y\le b-1$

$\because$ 最大值爲 377　$\therefore$ $(-a+1)(-b-1)=377$ 或 $(a+1)(b-1)=377$

(1) $(-a+1)(-b-1)=377=(-29)\times(-13)=(-13)\times(-29)$

① $(a,b)=(30,12)$

$$\begin{cases}-29\le x\le 31\\ -13\le y\le 11\end{cases}\Rightarrow -403\le xy\le 377$$

② $(a,b)=(14,28)$

$$\begin{cases}-13\le x\le 15\\ -29\le y\le 28\end{cases}\Rightarrow xy\text{ 最大值爲 }420\text{（不合）}$$

(2) $(a+1)(b-1)=29\times 13=13\times 29$

① $(a,b)=(28,14)$

$$\begin{cases}-27\le x\le 29\\ -15\le y\le 13\end{cases}\Rightarrow xy\text{ 最大值爲 }405\text{（不合）}$$

② $(a,b)=(12,30)$

$$\begin{cases}-11\le x\le 13\\ -31\le y\le 29\end{cases}\Rightarrow -403\le xy\le 377$$

由(1)(2)可知 $ab=360$

H. 參考答案：670（㉜ 6　㉝ 7　㉞ 0）

試題解析：①當 $1\le k<1000$ 時

$|x-1000|+|x-k|+|x-2012|\ge 1000-k+2012-1000=2012-k$

又 $|x-1000|+|x-k|+|x-2012|>2k$，$\forall x\in R$ 恆有解

$\therefore$ $2012-k>2k \Rightarrow k<670\frac{2}{3}$

$\therefore$ $k=1$，2，⋯，670 共 670 個

②當 $k=1000$ 時，原式爲 $|x-1000|+|x-1000|+|x-2012|>2000$

又 $|x-1000|+|x-1000|+|x-2012|\ge 1012$ 與上式不合

$\therefore$ $k\ne 1000$

③當 $1000<k<2012$ 時

原式 $|x-1000|+|x-k|+|x-2012| \geq k-1000+2012-k$

則 $1012>2k \Rightarrow k<506$，與條件不合

④當 $k=2012$ 時，原式爲 $|x-1000|+|x-2012|+|x-2012| \geq 4024$

又 $|x-1000|+|x-2012|+|x-2012| \geq 1012$，與上式不合

綜合①，②，③，④得 $k=1$～670，有 670 個

I. 參考答案：12（㉟ 1　㊱ 2）

試題解析：距離爲 5 ⇒ 1 點

距離爲 6 ⇒ 2 點

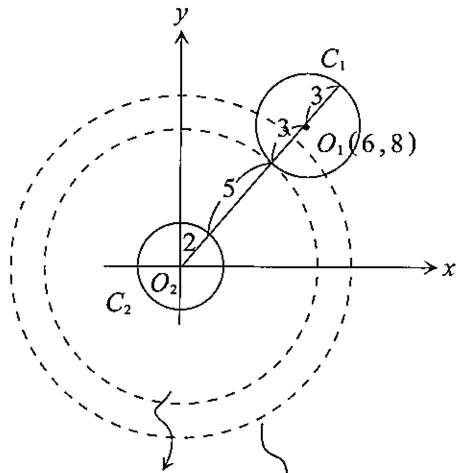
距離爲 7 ⇒ 2 點

距離爲 8 ⇒ 2 點

距離爲 9 ⇒ 2 點

距離爲 10 ⇒ 2 點

距離爲 11 ⇒ 1 點　　∴ 共 12 點



圓心在 O_2，半徑爲 7 的圓與 C_1 交於 1 點（距離爲 5）

圓心在 O_2，半徑爲 8 的圓與 C_1 交於 2 點（距離爲 6）