

全國公立高級中學

102 學年度學科能力測驗第一次聯合模擬考試

考試日期：102 年 8 月 1~2 日

數學考科

— 作答注意事項 —

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 4 題，多選題 7 題，選填題第 A 至 I 題共 9 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須

分別在答案卡上的第 18 列的 $\frac{3}{\square}$ 與第 19 列的 $\frac{\square}{8}$ 畫記，如：

18	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\blacksquare}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{\pm}{\square}$
19	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\blacksquare}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{\pm}{\square}$

例：若第 C 題的答案格式， $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案

卡的第 20 列的 $\frac{-}{\square}$ 與第 21 列的 $\frac{7}{\square}$ 畫記，如：

20	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\blacksquare}$	$\frac{\pm}{\square}$
21	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\blacksquare}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{\pm}{\square}$

※ 試題後附有參考公式及可能用到的數值

第壹部分：選擇題（占55分）

一、單選題（占20分）

說明：第1題至第4題，每題有5個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得5分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 西元前4世紀，管子一書記載了音階形成術—三分損益法。由此法可推出「宮」、「商」、「角」、「徵」、「羽」五聲音階。已知弦長 l 的琴弦發出的音為「宮」，而弦長 $\frac{2^6}{3^4}l$ 的琴弦發出的音為「角」（頻率330 Hz），請問下列哪一個弦長發出的音為「羽」（頻率440 Hz）？（註：弦振動的頻率與弦長成反比）

- (1) $\frac{2^3}{3^2}l$
- (2) $\frac{2}{3}l$
- (3) $\frac{2^7}{3^5}l$
- (4) $\frac{2^4}{3^3}l$
- (5) $\frac{2^3}{3^4}l$

2. 符合不等式 $\frac{2x+6}{x^2-x-6} \leq -1$ 的整數解 x 共有多少個？

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4

3. 已知 a 為整數，且 $a > 77$ ， $f(x) = (x-101)(x-102)(x-a) - 50$ 有整係數一次因式，求 $a = ?$

- (1) 100
- (2) 203
- (3) 78
- (4) 85
- (5) 80

4. 已知 $x = 3^{\log 2}$ ，則下列何者正確？

- (1) $0 \leq x \leq 1.3$
- (2) $1.3 \leq x < 1.74$
- (3) $1.74 \leq x < 2.2$
- (4) $2.2 \leq x < 3$
- (5) $x \geq 3$

二、多選題 (占 35 分)

說明：第 5 題至第 11 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 下列哪些函數的圖形與直線 $y = x$ 有交點？

- (1) $y = 2^x$
- (2) $y = 2^{x+2}$
- (3) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$
- (4) $y = \log_2 \left(\frac{x}{4} \right)$
- (5) $y = 2^x - x$

6. 已知二次函數 $y=(3-k)x^2-kx$ 的圖形恆在 $y=k$ 的上方，則 k 值有可能為下列何者？

- (1) 6
- (2) 2
- (3) -2
- (4) -6
- (5) -10

7. 下列哪一組函數圖形可以利用平移使其重合？

- (1) $y=x^2$ 與 $y=2x^2$
- (2) $y=x^3$ 與 $y=(x-1)^3$
- (3) $y=-3x^2-4$ 與 $y=-3x^2+x-4$
- (4) $y=2^x$ 與 $y=2 \cdot 2^x$
- (5) $y=\log_3 x$ 與 $y=2\log_3 x$

8. 設 $a=2^{3^4}=2^{81}$ ， $b=2^{4^3}$ ， $c=3^{2^4}$ ， $d=3^{4^2}$ ，則下列哪些選項正確？

- (1) $a \geq b$
- (2) $b \geq c$
- (3) $ab = cd$
- (4) $ac = bd$
- (5) $\log(a+c) < \log(b+d)$

9. 設三實數 a 、 b 、 c 滿足 $\frac{1}{a}$ 、 $\frac{1}{b}$ 、 $\frac{1}{c}$ 成等差， a 、 b 、 c 成等比，則下列哪些選項正確？
- (1) $a+c=0$
 - (2) $ac>0$
 - (3) $b=\frac{a+c}{2}$
 - (4) $a>b$
 - (5) $b>c$
10. 關於實係數三次多項式 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ ，下列敘述哪些正確？
- (1) 若 $f(x)=0$ 在 1 與 2 之間有實根，則 $f(1) \cdot f(2)<0$
 - (2) 若 $f(2+i)=0$ ，則 $f(2-i)=0$
 - (3) 若 $\frac{2}{3}$ 為 $f(x)$ 之一根，則 a 必為 3 的倍數
 - (4) $y=f(x)$ 的圖形與 x 軸必有奇數個交點
 - (5) $y=f(x)$ 與 $y=-x^2$ 的圖形必有交點
11. 設 $x>0$ ，已知 $\log x - \log 5678$ 是整數且 $|\log x - \log 1234|<1$ ，則 $\log x$ 的首數可能為？
- (1) 1
 - (2) 2
 - (3) 3
 - (4) 4
 - (5) 0

第貳部分：選填題（占45分）

說明：1. 第 A 至 I 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號(12-29)。
2. 每題完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

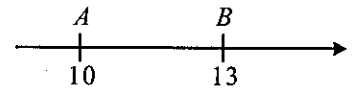
A. 將 $\log_4(\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}})$ 的值化為最簡分數 = $\frac{\textcircled{12}}{\textcircled{13}}$ 。

B. 一次多項式 $f(x) = ax + b$ ，若 $\frac{f(2013) - f(1998)}{15} = 4$ ，且 $y = f(x)$ 與 $y = x^2$ 的圖形交於 $A(-1, 1)$ 、 $B(m, n)$ 兩點，則 $(m, n) = (\textcircled{14}, \textcircled{15}\textcircled{16})$ 。

C. 已知二次函數 $f(x) = 9 \times \frac{(x-5)(x-7)}{(1-5)(1-7)} + 9 \times \frac{(x-1)(x-7)}{(5-1)(5-7)} - 6 \times \frac{(x-1)(x-5)}{(7-1)(7-5)}$ ，求 $f(x)$ 的最大值為 $\textcircled{17}\textcircled{18}$ 。

D. 已知有一個分子與分母的差為 4 的最簡分數，將其化為小數。此小數在小數點第 2 位四捨五入後的值為 0.4，則此最簡分數為 $\frac{\textcircled{19}}{\textcircled{20}}$ 。

- E. 在一筆直的道路上一間圖書館 A 與一間超級市場 B ，分別位於 $A(10$ 公里)與 $B(13$ 公里)處，如圖所示。小明的家位於該道路上 $P(x$ 公里)的位置。星期天早上，小明騎著腳踏車從



家裡出發，以每小時 10 公里的速度到圖書館；而小明的媽媽以每小時 20 公里的速度，騎著電動機車到超級市場。若兩人各自到達目的地所花的時間總和不超過 36 分鐘，則 x 的最大範圍為 ②① $\leq x \leq$ ②② ②③。

- F. 已知直角三角形斜邊上的高其長度為 5，則直角三角形面積的最小值為 ②④ ②⑤。

- G. 滿足不等式 $\log_{x-2}(x^2-58) \leq 1$ 的整數 x 共有 ②⑥ 個。

- H. 若 p 為質數，有一整係數多項式 $f(x)$ ，使得 $f(18)=2013$ ， $f(p)=1910$ ，試求滿足上述條件的所有質數 p 之和為 ②⑦ ②⑧。

- I. 設 a 為實數，使得 $a+\log_8 3$ 、 $a+\log_4 3$ 、 $a+\log_2 3$ 形成等比數列，則此等比數列的公比為 ②⑨。

參考公式及可能用到的數值

1. $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 7 \approx 0.8451$

2. 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, $x_2 \neq x_1$

3. 算幾不等式 : $x > 0$, $y > 0$, $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$

等號成立時 , $x = y$, 反之亦然