

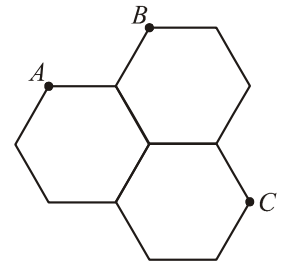
第壹部分：選擇題（占65分）

一、單選題（占30分）

說明：第1題至第6題，每題有5個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得5分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 如圖(1)，有三個大小相同，邊長皆為2的正六邊形。若A、B、C為其中三個頂點，則 $\vec{CA} \cdot \vec{AB} = ?$

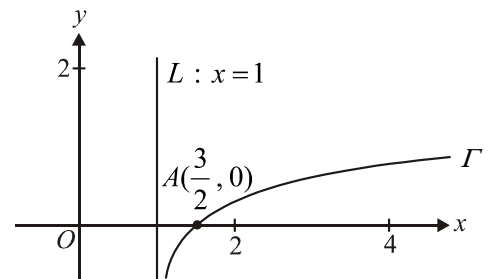
- (1) 6
- (2) -6
- (3) $6\sqrt{3}$
- (4) 12
- (5) -12



圖(1)

2. 如圖(2)所示， Γ 為 $y = \log(x-a) + b$ 之圖形， $L: x=1$ 為漸近線，則 $a+b$ 之值最接近哪個選項？

- (1) 1.0
- (2) 1.1
- (3) 1.2
- (4) 1.3
- (5) 1.4



圖(2)

3. 下列哪個選項的值最小？

- (1) $2\cos^2 30^\circ - 1$
- (2) $\sqrt{\frac{1 - \cos 80^\circ}{2}}$
- (3) $\frac{1 + \cos 60^\circ}{2}$
- (4) $2\cos 25^\circ \sin 155^\circ$
- (5) $2\sin 20^\circ \cos 70^\circ$

4. 已知 a 、 b 、 c 、 d 為實數，而且 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & a \\ 2 & 7 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & c \\ 1 & -2 \\ -2 & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ，則 $c+d$ 的值為何？

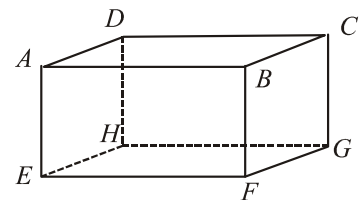
- (1) -4
- (2) -8
- (3) 2
- (4) 6
- (5) 9

5. 1 號到 8 號 8 位同學排成一排，若號碼為質數的同學任兩人均不相鄰，且號碼為質數的同學必須由左至右號碼由小排到大，則共有幾種排列情形？

- (1) 60
- (2) 84
- (3) 120
- (4) 192
- (5) 240

6. 如圖(3)所示，長方體 $ABCD-EFGH$ 的邊長 $\overline{AB}=8$ ， $\overline{AD}=6$ ， $\overline{AE}=6$ 。若平面 BDE 與平面 ABD 所夾的二面角為 θ ，則 $\tan \theta$ 的值為何？

- (1) 1
- (2) $\sqrt{3}$
- (3) $\frac{3}{4}$
- (4) $\frac{5}{4}$
- (5) $\frac{6}{5}$



圖(3)

二、多選題 (占 35 分)

說明：第 7 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7. 設 $O、A、B、P$ 為平面上相異四點， $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$ ，其中 $x、y$ 為實數，則下列哪些選項是正確的？
- (1) 若 $O、A、B、P$ 四點共線，則 $x+y=1$
 - (2) 若 $x+y=1$ ，則 $A、B、P$ 三點共線
 - (3) 若 $x+y=1$ ，且 $x \geq 0, y \geq 0$ ，則 P 在線段 \overline{AB} 上
 - (4) 若 $x+y=1$ ，則 $\overline{AP} : \overline{BP} = y : x$
 - (5) 若 $O、A、B$ 三點不共線，且 $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$ ，則所有的點 P 形成一個平行四邊形區域
8. 已知四個雙曲線方程式分別為 $\Gamma_1 : \frac{x^2}{m^2} - \frac{y^2}{n^2} = 1$ 、 $\Gamma_2 : \frac{x^2}{m^2} - \frac{y^2}{n^2} = -1$ 、 $\Gamma_3 : \frac{x^2}{n^2} - \frac{y^2}{m^2} = 1$ 、 $\Gamma_4 : \frac{x^2}{m^2} - \frac{y^2}{n^2} = 2$ ，其中 $m、n$ 為相異非零整數，則下列哪些選項是正確的？
- (1) Γ_1 和 Γ_2 有相同的焦點
 - (2) Γ_1 和 Γ_2 有相同的漸近線
 - (3) Γ_1 和 Γ_3 有相同的焦點
 - (4) Γ_1 和 Γ_4 有相同的焦點
 - (5) Γ_1 和 Γ_4 有相同的漸近線
9. 已知 Γ 為坐標平面上所有滿足 $\sqrt{(x+1)^2 + y^2} + \sqrt{(x-3)^2 + y^2} = 8$ 的點 (x, y) 所形成的圖形。則下列有關圖形 Γ 的敘述，哪些選項是正確的？
- (1) 圖形 Γ 以 y 軸為對稱軸
 - (2) 圖形 Γ 以點 $(1, 0)$ 為對稱中心
 - (3) 若點 P 為圖形 Γ 上的動點，則 P 點到點 $(1, 0)$ 的距離最小值為 $2\sqrt{3}$
 - (4) 若點 P 為圖形 Γ 上的動點，則 P 點到點 $(3, 0)$ 的距離最小值為 2
 - (5) 若點 $P、Q$ 為圖形 Γ 上的兩個動點，則線段 \overline{PQ} 長的最大值為 8

10. 有一等差數列 $\langle a_n \rangle$ 及一等比數列 $\langle b_n \rangle$ ，已知兩數列的首項 a_1 、 b_1 均為 1，且數列 $\langle a_n \rangle$ 之公差 d 等於數列 $\langle b_n \rangle$ 之公比 r ，公差公比皆為正數。數列 $\langle a_n \rangle$ 中前 n 項和為 S_n ，數列 $\langle b_n \rangle$ 中前 n 項和為 T_n ，則下列哪些選項是正確的？
- (1) 若 $d=r=\frac{1}{2}$ ，則 $a_3 > T_5$
 - (2) $S_2 - S_1 < S_3 - S_2 < S_4 - S_3 < \dots < S_{n+1} - S_n < \dots$
 - (3) $T_2 - T_1 < T_3 - T_2 < T_4 - T_3 < \dots < T_{n+1} - T_n < \dots$
 - (4) 當 $d=r>1$ 時， $a_n \leq b_n$ (n 為正整數)
 - (5) 當 $d=r<1$ 時， $a_n \geq b_n$ (n 為正整數)
11. 已知函數 $f(x)=x(x-1)(x+2)+0.1$ 的圖形與 x 軸交於 $A(a,0)$ 、 $B(b,0)$ 、 $C(c,0)$ 三點，若另一函數 $g(x)=-x(x-1)(x+2)+0.1$ ，則下列哪些選項是正確的？
- (1) $a+b+c > 0$
 - (2) $abc > 0$
 - (3) $y=g(x)$ 的圖形與 x 軸交於三點
 - (4) $g(x)=0$ 恰有一正根
 - (5) $g(x)=0$ 的根與 $f(x)=0$ 的根相同
12. 有一機器人被設定在數線上往 x 軸正向跳躍前進，每一次跳躍為一單位或兩單位。已知當它在偶數點時，有 $\frac{1}{3}$ 的機率跳躍一單位，有 $\frac{2}{3}$ 的機率跳躍兩單位；當它在奇數點時，有 $\frac{1}{2}$ 的機率跳躍一單位，有 $\frac{1}{2}$ 的機率跳躍兩單位。今此機器人從原點出發，則下列有哪些選項是正確的？
- (1) 經過一次跳躍後，它停留在偶數點的機率為 $\frac{1}{3}$
 - (2) 經過兩次跳躍後，它停留在坐標 3 的機率為 $\frac{2}{9}$
 - (3) 經過三次跳躍後，它停留在坐標 3 的機率為 $\frac{1}{18}$
 - (4) 經過兩次跳躍後，它停留在偶數點的機率為 $\frac{11}{18}$
 - (5) 經過三次跳躍後，它停留在偶數點的機率為 $\frac{43}{108}$

13. 甲、乙、丙三人討論彼此所擁有的彈珠個數；甲所擁有的個數大於或等於乙的個數，乙所擁有的個數大於或等於丙的個數，丙所擁有的個數大於或等於 8。現知：甲的個數加上 3 倍乙的個數再減掉丙的個數剛好是 132；假設甲的個數為 x ，乙的個數為 y ，丙的個數為 z ，則下列哪些選項是正確的？
- (1) $x+y+z$ 有最小值 78
 - (2) $x+y+z$ 有最大值 134
 - (3) 恰有一組解 (x, y, z) 使得 $x+y+z$ 有最大值
 - (4) $x+3y$ 有最小值 140
 - (5) $x+2y$ 有最大值 130

第貳部分：選填題（占 35 分）

說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號(14-34)。
2. 每題完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 一群全球氣候研究團隊至某地考察該地融冰的情形，經數年的研究後提出一個公式：冰原覆蓋率設為 $A\%$ ，開始融冰後經過時間設為 t (單位：年)，則 $A=100\times\left(\frac{3}{4}\right)^{-kt}$ (k 為一常數)。若已知該地距今 2000 年前開始融冰，而現今該地冰原覆蓋率為 64% ，依此公式推估，距今 1000 年後，該地冰原覆蓋率大約為 ⑭⑮ % (四捨五入至整數位)
- B. 已知空間中三個向量分別為 $\vec{x}=(a, 4, 1)$ 、 $\vec{y}=(1, 2a-3, 3)$ 、 $\vec{z}=(1, -3, a)$ ，如果向量 \vec{x} 和向量 \vec{y} 在向量 \vec{z} 上的正射影(投影)相同，則 $a = \frac{\textcircled{16}\textcircled{17}}{\textcircled{18}}$ 。(化為最簡分數)
- C. 已知正八面體為 8 個全等的正三角形所組成的多面體，求邊長為 2 的正八面體中任意兩平行面的距離為 $\frac{\textcircled{19}\sqrt{\textcircled{20}}}{\textcircled{21}}$ 。(化為最簡根式)

- D. 根據中央氣象局發布的颱風消息，某颱風的中心目前在恆春西南方 200 公里的海面上，以時速 40 公里的速度沿著東北的方向前進，暴風半徑 200 公里，並且預估每小時半徑會增加 10 公里。如果此颱風的行進速度和方向不變，則恆春從最初接觸暴風圈到最後離開暴風圈將會持續 $\frac{\textcircled{22}\textcircled{23}}{\textcircled{24}}$ 小時。(化為最簡分數)
- E. 坐標平面上， O 為原點，取長度為 8 的線段 \overline{AB} ，使 A 落在直線 $L: x-y=0$ 上，而 B 落在 x 軸上，則 $\triangle OAB$ 最大面積為 $\textcircled{25}\textcircled{26} + \textcircled{27}\textcircled{28}\sqrt{\textcircled{29}}$ 。(化為最簡根式)
- F. 老師要求學生上網完成一份線上測驗，線上測驗題目共有 4 題單選題，每題均有 A 、 B 、 C 三個選項，學生答題完成後，將答案確認送出，此時系統會開始核對答案，若某題答錯，則該題在下一回合會再次出現要求學生作答，反之若某題答對，則該題目不再出現。學生依此方式答題直至全部題目答對為止。
- 【舉例說明】甲學生 4 題作答情況依序為 A 、 A 、 B 、 C ，而正確答案依序為 A 、 B 、 C 、 C ，當系統檢核出第 1、4 題均答對，則下一回合第 1、4 題不會再出現；第 2、3 題答錯，則下一回合第 2、3 題題目會再次出現要求甲學生作答，此時甲學生第 2 題便會從 B 、 C 中選一選項作答，(由第一回合已知，該題 A 選項錯誤，便不會再選)，同理，第 3 題便只會從 A 、 C 中選一選項作答，作答完成後再將答案送出，系統再次檢核答案。若某題答對則下一回合不再出現，若某題答錯則下一回合題目再次出現…。
- 今君君依上述方式隨機填寫此份測驗，則君君恰在第二回合結束答對全部题目的機率為 $\frac{\textcircled{30}}{\textcircled{31}\textcircled{32}}$ 。(化為最簡分數)
- G. 已知邊長為 6 的正方形 $ABCD$ 內部(不含邊界)有一點 P ，滿足線段 \overline{PB} 長等於 P 點到線段 \overline{AD} 的距離，而且 $\triangle ABP$ 為等腰三角形，則 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 長為 $\textcircled{33}\sqrt{\textcircled{34}}$ 。(化為最簡根式)

可能用到的參考公式及數值

- 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$
 $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
 $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$
- $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)
 $\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
- 算幾不等式：若 a 、 b 為正實數，則 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$
- 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$
- 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2}$
首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$