

# 全國公私立高級中學

102 學年度學科能力測驗第二次聯合模擬考試

考試日期：102 年 9 月 3~4 日

## 數學考科

### —作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 6 題，多選題 6 題，選填題第 A 至 H 題共 8 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的  $\square^3$  與第 19 列的  $\square^8$  畫記，如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案卡

的第 20 列的  $\square^-$  與第 21 列的  $\square^7$  畫記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

祝考試順利



4. 珺琳想要為家中擺設 1 個花瓶並插上幾朵花作為裝飾，已知：家中有不同款式的大花瓶 2 個，小花瓶 3 個，同色間相似的紅花、粉紅花、紫花足量。每個大花瓶要插入 4 朵花，而小花瓶要插入 3 朵花，則珺琳擺設 1 個花瓶可有幾種變化？

- (1) 17
- (2) 60
- (3) 432
- (4) 900
- (5) 225000

5.  $\sqrt[3]{252}$  最靠近以下哪個選項？

$x$	2.8	6.2	6.3	15.8	15.9
$\log x$	0.4472	0.7924	0.7993	1.1987	1.2014

- (1) 2.8
- (2) 6.2
- (3) 6.3
- (4) 15.8
- (5) 15.9

6. 由 1,2,3.....18,19,20 挑出 3 個數字，分別為  $a_1, a_2, a_3$  且  $a_1 < a_2 < a_3$  求  $a_1$  與  $a_2$  至少差 3；且  $a_2$  與  $a_3$  至少差 5 的機率為何？

- (1)  $\frac{91}{285}$
- (2)  $\frac{119}{285}$
- (3)  $\frac{181}{570}$
- (4)  $\frac{361}{1140}$
- (5)  $\frac{373}{1140}$

## 二、多選題(占 30 分)

說明：第 7 題至第 12 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7. 關於函數  $f(x) = 2(x-1)^3 + 4(x-1)^2 - 7(x-1) + 1$ ，下列何者正確？

- (1)  $f(1.1) = 0.24$
- (2)  $(x-2)$  可以整除  $f(x)$
- (3) 1 為  $f(x) = 0$  的一個根
- (4)  $f(x) = 0$  所有的根相加為 1
- (5)  $f(x) = 0$  所有的根相乘為 1

8. 某個球隊球員的身高體重如下表所示，請問下列敘述何者正確？

身高 $x$	175	168	169	180	181	177
體重 $y$	70	60	65	70	75	80

- (1) 身高的中位數為 169
  - (2) 身高的標準差為 5
  - (3) 身高與體重的相關係數為  $\frac{1}{250}$
  - (4) 體重的眾數為 70
  - (5) 身高與體重是正相關
9. 滿足  $A(2,2)$ 、 $B(3,12)$ 、 $C(5,8)$ 、 $D(6,10)$  的迴歸直線  $L$  為  $y = a + bx$ ，請問下列敘述何者正確？
- (1)  $L$  的斜率為  $a$
  - (2)  $(-1,2)$  在此迴歸直線上
  - (3)  $a + b = 8$
  - (4)  $a \times b = \frac{96}{25}$
  - (5) 此四組數據的相關係數為  $\frac{6}{5}$

10. 令  $\sum_{r=1}^{10} (r-1)(r+2) = A$ ， $\sum_{r=1}^{10} (r^2 - 3r + 10) = B$ ，以下關於  $A$ 、 $B$  的敘述何者正確？

- (1)  $A > B$   
 (2)  $A < B$   
 (3)  $A > 400$   
 (4)  $\sum_{r=1}^{10} (r-1) \times \sum_{r=1}^{10} (r+2) = A$   
 (5)  $\sum_{r=0}^9 r(r+3) = A$

11. 有一個 5 次實係數多項式  $f(x)$ ，已知  $f(-2) = -1$ 、 $f(-1) = 2$ 、 $f(1) = 2$ 、 $f(2) = -3$ ，則下列敘述何者正確？

- (1) 多項式方程式  $f(x) = 0$  有 5 個實根  
 (2)  $f(x) = 0$  在  $-1$  至  $1$  中間一定有一個根  
 (3)  $f(x) = 0$  在  $1$  至  $2$  中間至少有一個根  
 (4)  $f(0)$  必大於  $0$   
 (5)  $f(100)$  必大於  $0$

12. 某一款遊戲裡影響傷害( $H$ )計算的因素有攻擊力( $A$ )、穿透能力( $S$ )、敵人的防禦( $D$ )。遊戲一開始所有角色可以買一把武器用來增加或減少攻擊力( $A'$ )和增加穿透能力( $S'$ )，而所有武器的攻擊力及穿透能力的和皆為  $100$ (也就是  $A' + S' = 100$ ，其中  $A'$  是實數， $S' \geq 0$ )。

傷害計算公式為  $H = (A + A') \times (S + S' + 50 - D)$ ，其中當  $H \leq 0$  視為沒有傷害。

現在遊戲中的四個角色基本數值如下：

角色	攻擊力( $A$ )	穿透能力( $S$ )	防禦( $D$ )
刺客	120	0	0
射手	80	0	25
騎士	50	0	50
戰士	20	0	70

問下列敘述何者正確？

- (1) 射手拿著攻擊力  $70$ ，穿透能力  $30$  的武器可以對戰士造成  $1500$  傷害  
 (2) 戰士拿著攻擊力  $100$ ，穿透能力  $0$  的武器可以對刺客造成  $120$  傷害  
 (3) 攻擊力大於  $90$  的武器無法對戰士造成任何傷害  
 (4) 刺客拿著武器攻擊戰士所能造成的最大傷害為  $10000$   
 (5) 射手選擇攻擊力  $90$  穿透能力  $10$  的武器能對騎士造成最大傷害

## 第貳部分：選填題(占 40 分)

說明：1.第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(13-33)。  
2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 以下對話是婷楓和昱婕兩位學生討論在社群網站「非思不可」上的朋友數。  
婷楓：「我的朋友數有 620 人。」  
昱婕：「我比你多了 20 人。」  
婷楓：「而且我們的共同朋友有 300 人呢！」  
已知婷楓和昱婕互為好友，兩人分別在自己的塗鴉牆發布了一則只有好友才能看到的相同動態訊息，則共有 ⑬⑭⑮ 個人會看到這則訊息(含婷楓和昱婕兩位學生)。
- B. 有個老婆婆的二個兒子都是商人，大兒子賣雨傘，而小兒子賣草帽。雨傘賣的數量和草帽賣的數量是反比關係。如果大兒子賣出 140 把雨傘，則小兒子可以賣出 21 頂草帽。每天大兒子每賣出 1 把雨傘就會給媽媽 50 元，小兒子每賣出一頂草帽會給媽媽 30 元。則老婆婆一天最少可以得到 ⑯⑰⑱⑲ 元。
- C. 已知  $2+i$  為三次實係數多項式方程式  $f(x)=0$  的其中一根，又  $f(1)=f(2)=4$ ，求  $f(3)=$  ⑳㉑。
- D. 一般籃球比賽需要有 2 個後衛、2 個前鋒、1 個中鋒，現在海洋學院籃球隊中，共有 4 個後衛、5 個前鋒、2 個中鋒，此外還有一個明星球員可以擔任前鋒或是中鋒，則有 ㉒㉓㉔ 種出賽的方式。

- E. 已知  $a$ 、 $b$  為實數， $(ax^2 + \frac{b}{x})^5$  中  $x^7$  的係數為  $-810$ ， $x$  的係數為  $-720$ ，  
求  $(a,b) = (\underline{25} \underline{26}, \underline{27} \underline{28})$ 。
- F. 設  $f(x)$  為一個四次多項式函數，且  $f(x)$  除以  $x$ 、 $(x-1)$ 、 $(x-2)$ 、 $(x-3)$  的餘式皆為  $-36$ ，  
又  $f(4)=12$ ，則  $f(-1) = \underline{29} \underline{30}$ 。
- G. 設所有球的材質相同，若甲箱中有兩個紅球、三個白球，乙箱中有兩個紅球、兩個白球。  
今從甲箱抽取一球，取後不放回，而後觀察其顏色：若是紅色，則再從甲箱中抽取第二球；  
若是白色，則從乙箱中抽取第二球。已知第二球是紅色，試求第二球從甲箱中抽出的  
機率為  $\frac{\underline{31}}{\underline{32}}$ 。(化為最簡分數)
- H. 設  $\log_2 x = 2.5$  在連續兩個正整數  $k$  和  $k+1$  之間有解，求  $k = \underline{33}$ 。

### 參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  的公式解：
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2. 算幾不等式：設  $a \geq 0$ 、 $b \geq 0$ ，則  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

3. 通過  $(x_1, y_1)$  與  $(x_2, y_2)$  的直線斜率  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ， $x_2 \neq x_1$

4. 首項為  $a_1$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$

等比數列  $\langle ar^{k-1} \rangle$  的前  $n$  項之和  $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ ， $r \neq 1$

5. 級數公式：
$$\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

6. 算術平均數：
$$M(=\bar{X}) = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

標準差：
$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{n} ((\sum_{i=1}^n x_i^2) - n\bar{X}^2)}$$

相關係數：
$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2}}$$

迴歸直線：
$$y - \bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} \cdot (x - \bar{X})$$

7. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

8. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$