

# 臺中區國立高級中學 104 學年度 大學入學第一次學科能力測驗聯合模擬考

## 數學考科

### —作答注意事項—

考試範圍：第一～三冊全

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 6 題，多選題 5 題，選填題第 A. 至 I. 題共 9 題。

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，更正時應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶(液)。

未依規定畫記答案卡，使機器無法辨識答案者，其後果考生自行承擔。

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

- (一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 - , ± , 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11，而考生得到的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的  $\boxed{3}$  畫記（注意不是 7），如：

解 答 欄												
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若多選題第 10 題考生認為正確的選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡第 10 列的  $\boxed{1}$  與  $\boxed{3}$  畫記，如：

10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- (二) 選填題的題號是 A, B, C, …，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。

例：若第 B. 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別

在答案卡的第 18 列的  $\boxed{3}$  與第 19 列的  $\boxed{8}$  畫記，如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C. 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$ ，則考生必須分別在答案卡的第 20

列的  $\boxed{-}$  與第 21 列的  $\boxed{7}$  畫記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※試題後附有可能用到的參考公式及數值。

### 祝考試順利



版權所有 · 翻印必究

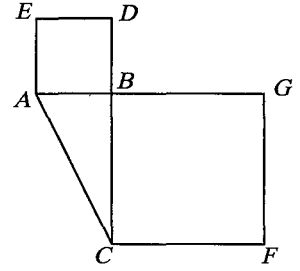
## 第壹部分：選擇題（占 55 分）

### 一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是最適當的選項，畫記在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 若  $\sin \alpha = -\frac{3}{4}$ ， $\cos \alpha > 0$ ，則標準位置角  $2\alpha$  的終邊在下列哪一個選項？
  - (1) 第一象限
  - (2) 第二象限
  - (3) 第三象限
  - (4) 第四象限
  - (5) 坐標軸上
  
2. 數列：1, 1, 2, 1, 3, 3<sup>2</sup>, 3<sup>3</sup>, 1, 4, 4<sup>2</sup>, 4<sup>3</sup>, 4<sup>4</sup>, 4<sup>5</sup>, 4<sup>6</sup>, 4<sup>7</sup>, 1, 5, ……(首項為 1，公比為  $k$  的等比數列出現了  $2^{k-1}$  項)，依此順序，若第 1000 項為  $a_n$ ，則  $a_n$  為幾位數？
  - (1) 486
  - (2) 487
  - (3) 488
  - (4) 489
  - (5) 490
  
3. 若四個函數： $f_1(x) = |x^3| + x^2 - 2$ 、 $f_2(x) = 2x$ 、 $f_3(x) = 0.2^x$ 、 $f_4(x) = \frac{1-10^x}{1+10^x}$  中，有  $m$  個函數圖形本身對稱於原點、 $n$  個函數圖形本身對稱於  $y$  軸，則  $m+2n = ?$ 
  - (1) 3
  - (2) 4
  - (3) 5
  - (4) 6
  - (5) 7

4. 如右圖所示，平面上的 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=1$ ， $\overline{BC}=2$ ， $\angle B=90^\circ$ ，分別以 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 為一邊向外作正方形 $ABDE$ 、 $BCFG$ 。若 $\triangle ADG$ 、 $\triangle CDG$ 、 $\triangle EBG$ 的外接圓半徑分別為 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ ，試問 $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 的大小關係為何？



- (1)  $R_1 < R_2 < R_3$
- (2)  $R_2 < R_1 < R_3$
- (3)  $R_1 = R_2 < R_3$
- (4)  $R_3 < R_1 = R_2$
- (5)  $R_3 < R_1 < R_2$

5. 坐標平面上，正方形 $ABCD$ 的四邊均平行坐標軸，且 $A(4, f(4))$ 、 $C(6, f(6))$ 均在 $f(x) = \log_a x$ 圖形上，其中 $a > 1$ ，則 $a = ?$

- (1)  $\sqrt{3}$
- (2)  $\frac{4}{3}$
- (3)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- (4)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- (5)  $\frac{3}{2}$

6. 平面上兩相異直線 $L: 2x - y = a$ ， $M: 2x - y = b$ 及圓： $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 20$ 的所有交點恰形成一正三角形，其中 $a > b$ ，試求 $a$ 之所有可能值的和為下列何者？

- (1) 5
- (2) 10
- (3) 15
- (4) 20
- (5) 25

二、多選題 (占 25 分)

說明：第 7 題至第 11 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的，選出正確選項畫記在答案卡之「解答欄」。每題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以零分計算。

7. 若  $f(x)$  為實係數多項式，已知  $1+i\log_3 2$  為方程式  $f(x)=0$  之一根 ( $i=\sqrt{-1}$ )，則下列哪些必為方程式  $f(x)=0$  之根？
- (1)  $1+i\log_2 3$
  - (2)  $1+i\log_3 \frac{1}{2}$
  - (3)  $1+i\log_{\frac{1}{3}} 2$
  - (4)  $1+i\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$
  - (5)  $1+i\log_{\sqrt{3}} \sqrt{2}$
8. 有兩組數值資料  $X$  與  $Y$ ，其相關係數為  $r$ ，算術平均數分別為  $\mu_X$ 、 $\mu_Y$ ，標準差分別為  $\sigma_X$ 、 $\sigma_Y$ ，且  $Y$  對  $X$  的迴歸直線方程式為  $y=a+bx$ ，則下列哪些選項正確？
- (1) 若  $\sigma_X=0$ ，則  $r=0$
  - (2) 若  $r=0$ ，則  $\sigma_X=0$  或  $\sigma_Y=0$
  - (3) 若  $r=b \neq 0$ ，則  $\sigma_X=\sigma_Y$
  - (4) 若  $a=0$ ，則  $\mu_X=0$  且  $\mu_Y=0$
  - (5) 若  $a=0$ ，則  $\sigma_Y=|b|\sigma_X$

9. 若  $a, b \in R$ ，已知非零函數  $f(x) = a \times \frac{(x-5)(x-8)}{(2-5)(2-8)} + b \times \frac{(x-2)(x-8)}{(5-2)(5-8)}$ ，則下列哪些選項正

確？

(1)  $f(x-3)$  除以  $x-5$  之餘式為  $a$

(2) 若  $f(x)$  有最大值為  $b$ ，則  $a=0$

(3) 若  $f(x)$  沒有最大值，則  $a-2b=0$

(4) 若  $y=f(x)$  和  $x$  軸負向沒有交點，則  $a>0$  且  $b<0$

(5) 若  $b>a>0$ ，則  $f(x)$  之最大值發生在  $x=2$  與  $x=5$  之間

10. 坐標平面上  $O$  為原點。在下列各方程式的圖形中，請選出圖形上存在兩點  $P, Q$  滿足

$\vec{OP} \cdot \vec{OQ} = -1$  的選項。

(1)  $y=x$

(2)  $y=|x|$

(3)  $|x|+|y|=1$

(4)  $x^2+y^2=\frac{1}{2}$

(5)  $y=\frac{1}{2}x^2$

11. 已知數列  $\langle a_n \rangle$ ，該數列前  $k$  項之最大值記為  $A_k$ ，若第  $k$  項之後(不含第  $k$  項)的最小值存在，則記為  $B_k$ ，設  $d_k = A_k - B_k$ 。例如： $\langle a_n \rangle = \langle n^2 \rangle$ ，則  $A_2=4$ ， $B_2=9$ ， $d_2=4-9=-5$ 。則下列敘述哪些正確？

(1) 若  $\langle a_n \rangle = \langle n! \rangle$ ，則  $d_3=18$

(2) 若  $\langle a_n \rangle$  為公差大於 0 之等差數列，則  $\langle d_n \rangle$  為等差數列

(3) 若  $\langle a_n \rangle$  為首項大於 0 且公比大於 1 之等比數列，則  $\langle d_n \rangle$  為等比數列

(4) 若  $\langle a_n \rangle$  滿足遞迴關係  $\begin{cases} a_1=1 \\ a_n = a_{n-1} + \left(\frac{1}{4}\right)^n, n \geq 2 \end{cases}$ ，則  $\langle d_n \rangle$  為等比數列

(5) 若  $\langle a_n \rangle$  滿足遞迴關係  $\begin{cases} a_1=2 \\ a_n = \frac{1}{1-a_{n-1}}, n \geq 2 \end{cases}$ ，則  $\langle d_n \rangle$  為等差數列

第貳部分：選填題（占 45 分）

說明：1. 第 A. 至 I. 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（12-34）。  
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

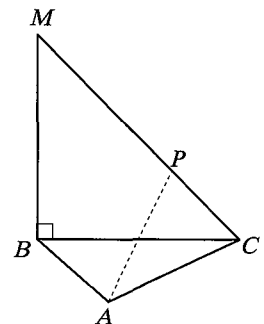
- A. 設  $a > 0$  且函數  $f(x) = a^x$ ，已知  $f(\log_3 5) = 9$ ，試求  $f(\log_3 25) =$  ⑫⑬。
- B. 包含小米與小花一共 10 人組成一個讀書會，欲從中選出 3 人分別擔任組長、記錄、資訊蒐集等工作，則小米與小花不能同時被選上的機率為  $\frac{⑭⑮}{⑯⑰}$ 。(化為最簡分數)
- C. 設  $a, b \in R$ ， $ab = 2$ ， $a^3 + b^3 = 40$ ，試求  $a + b$  之值為 ⑱。
- D. 從 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 共十個數中任取四個不同的數，再算其標準差，則有 ⑲⑳ 種取法可使這四數的標準差與  $\{-108, -106, -105, -104\}$  的標準差相等。
- E. 已知三角形兩頂點坐標為  $A(1, -2)$ 、 $B(-3, 0)$ ，而第三個頂點  $C$  在  $y$  軸之正向上，外心  $O$  在  $x$  軸上，試求  $C$  點坐標為  $(0, \sqrt{21})$ 。

F. 小明有 3 個不同的書櫃，今天他任意把 4 本不同的百科全書、5 本不同的漫畫書全放進書櫃，每個書櫃可以放超過一本書，也可以空著，但同一書櫃不可同時放入百科全書及漫畫書，若同一書櫃內的書不考慮排列順序，則共有 22 23 24 種不同的放法。

G. 有 10 個好朋友要從 4 個旅遊景點不記名票選出下次出遊的地點。每人可投兩票，兩票可全部投給同一個地點，亦可投一次或兩次廢票，則這四個景點有 25 26 27 28 29 種可能的得票情形。

H. 平面上三點  $A(3, 1)$ ， $B(2, 5)$ ， $C(x, y)$ ， $O$  為原點，若  $\vec{OC} = m\vec{OA} + n\vec{OB}$ ， $1 \geq m \geq n \geq 0$ ，試求  $x - 4y$  之最小值為 30 31 32。

I. 如右圖，小明去夜市玩射擊水球的遊戲，小明在點  $A$  處進行射擊，已知坡道  $CM$  設置在垂直於水平面  $ABC$  之木板  $CMB$  上，而水球位置  $P$  沿著  $CM$  移動，小明為了準確瞄準目標點  $P$ ，需計算由點  $A$  觀察點  $P$  的仰角  $\theta$  的大小。若  $\overline{AB} = 5$  公尺， $\overline{AC} = 5$  公尺， $\overline{BC} = 8$  公尺， $\angle BCM = 45^\circ$ ，則  $\tan \theta$  的最大值為  $\frac{33}{34}$ 。(化為最簡分數)



### 可能用到的參考公式及數值

- 一元二次方程式  $ax^2+bx+c=0$  的公式解： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
- 平面上兩點  $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$  間的距離為  $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$
- 首項為  $a$  且公比為  $r$  的等比數列前  $n$  項之和  $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ ， $r \neq 1$
- 平面上點  $P_0(x_0, y_0)$  到直線  $ax+by+c=0$  的距離為  $\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$
- 三角函數的二倍角公式： $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$   
 $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 1 - 2 \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1$
- $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓半徑)  
 $\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
- 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$   
標準差  $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left( \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - n\mu_X^2 \right)}$
- 二維數據  $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，  
相關係數  $r_{(X,Y)} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$   
迴歸直線(最適合直線)方程式為  $y - \mu_Y = r_{(X,Y)} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$
- 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$
- 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$