

臺北區 104 學年度第一學期 第一次學科能力測驗模擬考試

數學考科

—作答注意事項—

考試範圍：第一～二冊全

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 5 題，多選題 7 題，選填題第 A. 至 H. 題共 8 題。

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，更正時應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶(液)。

未依規定畫記答案卡，使機器無法辨識答案者，其後果考生自行承擔。

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11，而考生得到的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 $\boxed{3}$ 畫記（注意不是 7），如：

解 答 欄													
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±	
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

例：若多選題第 10 題考生認為正確的選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡第 10 列的 $\boxed{1}$ 與 $\boxed{3}$ 畫記，如：

10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

(二) 選填題的題號是 A, B, C, …, 而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。

例：若第 B. 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別

在答案卡的第 18 列的 $\boxed{3}$ 與第 19 列的 $\boxed{8}$ 畫記，如：

18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C. 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ ，則考生必須分別在答案卡的第 20

列的 $\boxed{-}$ 與第 21 列的 $\boxed{7}$ 畫記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※試題後附有可能用到的參考公式及數值。

NO.99363103



4 716413 035312

第壹部分：選擇題（占 60 分）

一、單選題（占 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是最適當的選項，畫記在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 方程式 $|2-x|=1-|x|$ 的實數解為下列何者？

(1) $x = \frac{3}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$

(2) $0 \leq x \leq 2$

(3) $x \geq 2$

(4) $x \leq 0$

(5) 無實數解

2. 多項式不等式 $(x-1)(x-2^2)(x-3^2)(x-4^2)(x-5^2)(x-6^2)(x-7^2) < 0$ 的解中，試求正整數的解有多少個？

(1) 23 個

(2) 24 個

(3) 25 個

(4) 26 個

(5) 27 個

3. 將兩組非零相關的資料 $X: x_1, x_2, \dots, x_n; Y: y_1, y_2, \dots, y_n$ 各作線性變換成 $X': x'_1, x'_2, \dots, x'_n; Y': y'_1, y'_2, \dots, y'_n$ ，其中， $X' = a + cX; Y' = b + dY$ ， a, b, c, d 為實數。則下列哪組序組 (a, b, c, d) 必使變換前後兩組資料的相關係數改變？

(1) $(1, 1, 2, 3)$

(2) $(-1, 1, -2, -3)$

(3) $(0, 1, 2, 3)$

(4) $(-3, -2, -2, 1)$

(5) $(-7, -5, -3, -1)$

4. 若 a, b 為 1, 2, 3, 4, 9 五個數的任一數字，則對數 $\log_a b$ 有幾種相異之值？

- (1) 25
- (2) 20
- (3) 15
- (4) 13
- (5) 10

5. 美國北卡州 (North Carolina) 的 Centerville 鎮在 1985 年有 285 人使用手機，若此後每年使用手機的人數固定增加 75%，到了 1994 年使用手機人數應該最接近下列哪個選項？(已知該鎮總人口數超過 100000 人且沒有其他因素影響總人口數和使用手機人數的增長)

常用對數表 $y = \log N$

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529

- (1) 35000
- (2) 40000
- (3) 45000
- (4) 50000
- (5) 55000

二、多選題 (占 35 分)

說明：第 6 題至第 12 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的，選出正確選項畫記在答案卡之「解答欄」。每題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以零分計算。

6. 請選出正確的選項。

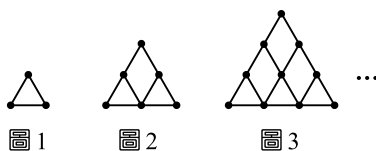
- (1) 將九位同學平均分成三組，分法為 1680 種
- (2) 將九位同學平均分成三組，甲、乙在同一組的分法為 140 種
- (3) 將九位同學平均分成三組，甲、乙不在同一組的分法為 210 種
- (4) 將九位同學平均分成 A 、 B 、 C 三組，甲、乙在同一組的分法為 210 種
- (5) 將九位同學平均分成 A 、 B 、 C 三組，甲、乙不在同一組的分法為 1260 種

7. 用長度 1 的木棒，依照下列規則排成正三角形如下圖 1 至圖 3：

在圖 1 中，用 3 根木棒排成邊長 1 的正三角形，

在圖 2 中，用 8 根木棒排成邊長 2 的正三角形，

在圖 3 中，用 15 根木棒排成邊長 3 的正三角形， \dots ，依此類推，請選出正確的選項。



- (1) 圖 6 用了 48 根木棒
- (2) 圖 10 與圖 5 相差了 50 根木棒
- (3) 圖 20 用了 400 根木棒
- (4) 圖 1 到圖 10 總共用了 495 根木棒
- (5) 圖 1 到圖 n 總共用了 $\frac{n(n+1)(2n+7)}{6}$ 根木棒

8. 設 $f(x) = 2x^3 - 7x^2 + 6x + 5$ ，若 $f(x) = 0$ 有三個根為 x_1 、 x_2 、 x_3 ，其中 $x_1 < 0$ ，請選出正確的選項。

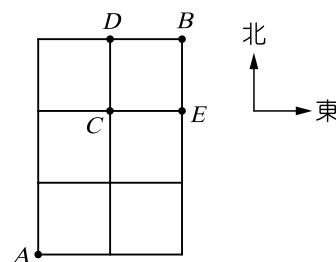
- (1) $y = x^2 + (x_2 + x_3)x + x_2x_3$ 的函數圖形與 x 軸交於兩點
- (2) $(x_2 - 1)^{96} = (x_3 - 1)^{96}$
- (3) $x^2 + (x_2 + x_3)x + x_2x_3$ 為 $f(x)$ 的因式
- (4) 函數 $y = f(x) - 2x^3 - 6x$ 的圖形對稱於 y 軸
- (5) 若 $f(x) = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ ，則 $a - 2b + 3c - 4d = 58x_1$

9. 有二維數據如右表，已知 Y 對 X 以最小平方方法所得之迴歸直線方程式為 $y = \frac{1}{2}x + 3$ ， X 的標準差為 σ_x ， Y 的標準差為 σ_y ， X 與 Y 的相關係數為 r ，請選出正確的選項。

X	1	2	2	3	2
Y	3	2	1	a	b

- (1) $a > 5$
 - (2) $b > 5$
 - (3) $a < b$
 - (4) $|\sigma_y - \sigma_x| > 5$
 - (5) $r = 0.3$
10. 設 k 為任意正實數，考慮函數 $f(x) = 2^x$ 與 $g(x) = \log_2 x$ ，請選出正確的選項。
- (1) $g(k)$ 、 $g(2015k)$ 、 $g(2015^2k)$ 為等比數列
 - (2) $f(k)$ 、 $f(k+2015)$ 、 $f(k+4030)$ 為等差數列
 - (3) 若直線 $y = kx$ 與 $y = f(x)$ 的圖形有兩個交點，則直線 $y = \frac{1}{k}x$ 與 $y = g(x)$ 的圖形也有兩個交點
 - (4) 方程式 $f(x) = (2x+1)(x-1)(x-3)$ 有兩個相異實根
 - (5) 方程式 $g(x) = (2x+1)(x-1)(x-3)$ 恰有一個實根

11. 右圖為某城市的一部分地圖，實線部分表示街道，兩條直線的交點稱為交叉點。若甲從 A 點走到 B 點，其行走方向為向東或是向北，在每一個交叉點選擇向東或是向北的機率皆相同，且不會影響其他交叉點的選擇，請選出正確敘述的選項。



- (1) 從 A 點出發，走到 B 點的機率為 1
- (2) 從 A 點出發，走到 D 點的機率為 $\frac{5}{16}$
- (3) 從 A 點出發，經過 D 點，再到達 B 點的機率為 $\frac{2}{5}$
- (4) 從 A 點出發走到 B 點的過程中，經過 D 點的機率大於經過 E 點的機率
- (5) 從 A 點出發，經過 C 點，再走到 B 點的過程中，經過 D 點的機率等於經過 E 點的機率

12. 假設兩實係數多項式 $f(x)=x^3+x^2+x+1$ ， $g(x)=ax^3+x^2+bx+c$ ，其中 a 不為 0、1 的實數。已知 x 為 $f(x)-g(x)$ 之因式，請選出正確的選項。
- (1) $c=0$
 - (2) 當 $a=b$ 時，函數 $y=f(x)-g(x)$ 的圖形對稱原點
 - (3) 當 $ab>a+b$ 時，方程式 $f(x)-g(x)=0$ 恰有 1 個實根
 - (4) 當 $ab<a+b$ 時，方程式 $f(x)-g(x)=0$ 恰有 3 個實根
 - (5) 當 $ab=a+b$ 時，方程式 $f(x)-g(x)=0$ 所有根的和為 0

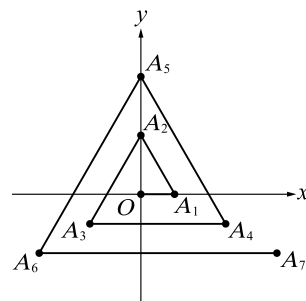
第貳部分：選填題（占 40 分）

說明：1. 第 A. 至 H. 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（13-32）。
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設 a, b, c 為正數，若 $\frac{2a+3b}{2} = \sqrt{6ab}$ 且 $\frac{4b+5c}{2} = \sqrt{20bc}$ ，則 $\frac{8b+5c}{a}$ 之值為 ⑬。

B. 函數 $f(x) = -3 \times 3^{2x-1} + 4 \times 3^x + 5$ 的最大值為 ⑭。

C. 如右圖，坐標平面上有一隻螞蟻，從原點 $O(0, 0)$ 出發，依循下列規則移動，第一步向東走 1 單位到達 A_1 ，第二步向北 30° 西方向走 2 單位到達 A_2 ，第三步向南 30° 西方向走 3 單位到達 A_3 ，第四步向東走 4 單位到達 A_4 ，第五步向北 30° 西方向走 5 單位到達 A_5 ，第六步向南 30° 西方向走 6 單位到達 A_6 ，……，如此繼續下去，試問當螞蟻走到第 50 步時， A_{50} 的坐標為 (⑮, ⑯⑰ $\sqrt{18}$)。



D. 投擲一公正骰子三次，其點數依序為 x, y, z ，在 $x-y=z$ 的條件下，則在 x, y, z 中，至少出現一個 3 的機率為 $\frac{\textcircled{19}}{\textcircled{20}\textcircled{21}}$ 。(化為最簡分數)

E. 已知 $f(5^x) = 7x \log_3 5 + 110$ ，求 $f(3) + f(9) + f(27) + \dots + f(3^{10})$ 的值為 ②②③④⑤。

F. 某陸客來臺自由行，在臺北市安排了七個景點， A ：故宮、 B ：士林官邸、 C ：總統府、 D ：中正紀念堂、 E ：國父紀念館、 F ：101 大樓、 G ：永康街。欲以以下四個條件安排景點 $A \sim G$ 的參觀次序：(1) A, B 相鄰 (2) C, D 相鄰 (3) E, F 相鄰 (4) D, E 不相鄰，共有 ②⑥⑦⑧ 種安排參觀次序的方法。

G. 設等差數列 $1, 3, 5, 7, 9, \dots, 169$ 之標準差為 S ，則最接近 S 的整數為 ②⑨③⑩。

H. 已知多項式 $f(x) = 2x^5 + 4x^4 - 11x^3 + 12x^2 + 7x - 1$ ，若 $f(1+i)$ 是實係數方程式 $ax^2 + bx + 17 = 0$ 的根，試求 $a^2 + b^2 = \underline{\textcircled{31}\textcircled{32}}$ 。

可能用到的參考公式及數值

- 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的公式解： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
- 若 a, b, c 皆為實數，且 α, β 為 $ax^2+bx+c=0$ 的兩根，則 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ ， $\alpha\beta = \frac{c}{a}$
- 平面上兩點 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ 間的距離為 $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$
- 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ ， $x_2 \neq x_1$
- $\sum_{k=1}^n k = 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$
- $\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- 算術平均數： $\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n}(x_1+x_2+\dots+x_n)$
- 標準差： $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}$
- 相關係數： $r(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \mu_y)^2}} = \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i y_i\right) - n \cdot \mu_x \cdot \mu_y}{n \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y}$
- y 關於 x 的迴歸直線： $y - \mu_y = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \mu_x)$
- 參考數值：
 $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.14$ ，
 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$