

臺中區國立高級中學 104 學年度 大學入學第二次學科能力測驗聯合模擬考

數學考科

—作答注意事項—

考試範圍：第一～四冊全

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 6 題，多選題 6 題，選填題第 A. 至 H. 題共 8 題。

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，更正時應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶(液)。

未依規定畫記答案卡，使機器無法辨識答案者，其後果考生自行承擔。

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

- (一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11，而考生得到的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 \square^3 畫記（注意不是 7），如：

解 答 欄												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若多選題第 10 題考生認為正確的選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡第 10 列的 \square^1 與 \square^3 畫記，如：

10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

- (二) 選填題的題號是 A, B, C, …，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一一個格子畫記。

例：若第 B. 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別

在答案卡的第 18 列的 \square^3 與第 19 列的 \square^8 畫記，如：

18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C. 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ ，則考生必須分別在答案卡的第 20

列的 \square^- 與第 21 列的 \square^7 畫記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※ 試題後附有可能用到的參考公式及數值。

祝考試順利



版權所有 · 翻印必究

第壹部分：選擇題（占 60 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是最適當的選項，畫記在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 滿足 $5 < |x-2| + |x+2| \leq 10$ 的整數 x 有多少個？

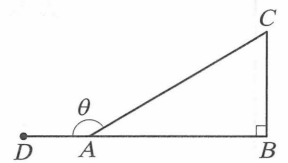
- (1) 3
- (2) 4
- (3) 5
- (4) 6
- (5) 7

2. 已知二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & b \end{bmatrix}$ ， A^{-1} 為矩陣 A 的反矩陣，若 $A + A^{-1} = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$ ，則 $a + b = ?$

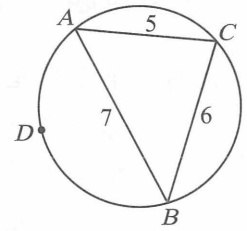
- (1) 8
- (2) 9
- (3) 10
- (4) 11
- (5) 12

3. 如右圖， $\angle CAD = \theta$ ， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，則 $\sin 2\theta = ?$

- (1) $\frac{15}{17}$
- (2) $\frac{3}{\sqrt{34}}$
- (3) $-\frac{15}{34}$
- (4) $-\frac{15}{17}$
- (5) $\frac{8}{17}$



4. 如右圖， $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CA} = 5$ ，在 $\triangle ABC$ 的外接圓 \widehat{AB} 上選取一點 D ，使得 $\widehat{AD} < \widehat{BD}$ ，若 $\triangle ABD$ 的周長為 16，則 $\overline{AD} = ?$

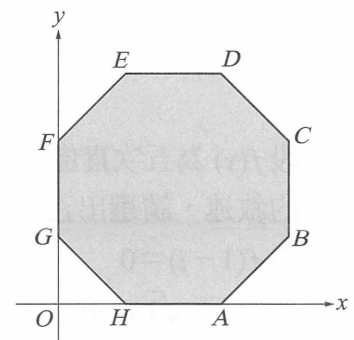


- (1) 3
- (2) 4
- (3) 5
- (4) 6
- (5) 7

5. 設 $a = 0.3^2$ ， $b = \log_2 0.3$ ， $c = 2^{0.3}$ ， $d = \log_{\frac{1}{2}} 0.3$ ， $e = \left(\frac{1}{2}\right)^{0.3}$ 則 a, b, c, d, e 的大小順序為何？

- (1) $b < a < e < d < c$
- (2) $d < a < e < c < b$
- (3) $b < a < e < c < d$
- (4) $d < b < e < a < c$
- (5) $b < e < a < c < d$

6. 一線性規劃問題的可行解區域為坐標平面上的正八邊形 $ABCDEFGH$ 及其內部，如右圖。已知目標函數 $ax + by + 10$ (其中 a, b 為實數)的最小值只發生在 A 點。請問當目標函數改為 $15 - bx - ay$ 時，最大值會發生在下列哪一點？



- (1) B
- (2) C
- (3) D
- (4) E
- (5) F

二、多選題 (占 30 分)

說明：第 7 題至第 12 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的，選出正確選項畫記在答案卡之「解答欄」。每題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以零分計算。

7. 已知實數 A 、 B 滿足 $\log A=9.61$ ， $\log B=4.82$ ，則下列關於實數 A 、 B 的敘述，請選出正確的選項。

- (1) $A < 2B$
- (2) AB 的整數部分為 15 位數
- (3) AB 的整數部分最高位數字為 2
- (4) $A+B$ 的整數部分為 10 位數
- (5) $A+B^2$ 的整數部分為 10 位數

8. 在坐標平面上，廣義角 θ 的頂點為原點 O ，始邊為 x 軸的正向，且滿足 $\tan \theta = -\frac{3}{4}$ 。若 θ 的終邊上有一點 P ，其 y 坐標為 -4 ，請選出正確的選項。

- (1) P 的 x 坐標是 3
- (2) $\overline{OP} = 5$
- (3) $\sin \theta + \cos \theta = -\frac{1}{5}$
- (4) $\sin 2\theta < 0$
- (5) $\cos 2\theta > 0$

9. 設 $f(x)$ 為五次實係數多項式，且知 $f(1+i)=f(2-\sqrt{3})=0$ ， $f(2+i)=3i-1$ ，則下列關於 $f(x)$ 的敘述，請選出正確的選項。

- (1) $f(1-i)=0$
- (2) $f(2+\sqrt{3})=0$
- (3) $f(2-i)=3i+1$
- (4) 若 $g(x)=xf(x^2)$ ，則 $g(x)=0$ 至少有三個實根
- (5) 若 $f(-1)<0$ ， $f(0)>0$ ，則 $f(x)=0$ 在 $(-1, 0)$ 間恰有一實根

10. 空間中，已知直線 $L: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{-5} = z+2$ 與平面 $E: x-2y-z=15$ 交於一點，若直線 L 在

平面 E 上的投影為直線 L' ，則下列哪些點在直線 L' 上？

- (1) $(1, 0, -2)$
- (2) $(0, -1, -13)$
- (3) $(2, -4, -5)$
- (4) $(3, -4, -4)$
- (5) $(4, -5, -1)$

11. 已知 x 與 y 為相異的實數，則下列哪些數據的標準差與數據 x, x, y 的標準差相同？

- (1) x, y, y
- (2) x, x, y, y
- (3) x, x, x, y, y
- (4) x, x, x, x, y, y
- (5) x, x, x, x, x, y, y

12. 若 $\Gamma: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ ，則下列哪些直線與 Γ 有交點？

- (1) $L_1: 3x+2y=0$
- (2) $L_2: 4x+3y=0$
- (3) $L_3: 3x-2y=0.001$
- (4) $L_4: 3x-y=3$
- (5) $L_5: 2x+y=2\sqrt{2}$

第貳部分：選填題（占 40 分）

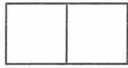

說明：1. 第 A. 至 H. 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（13–31）。
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

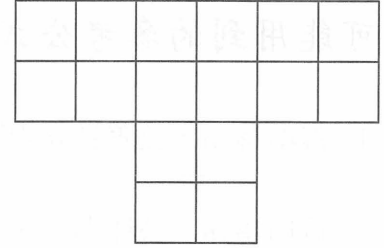
A. 空間中，四面體 $ABCD$ 的體積為 10，且 $\overline{AD} = 3$ ，則 $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ 在 \overrightarrow{AD} 上的正射影為 $k\overrightarrow{AD}$ ，若 $k > 0$ ，則 $k = \frac{\textcircled{13}\textcircled{14}}{\textcircled{15}}$ 。(化為最簡分數)

B. 設 x, y 為正整數且 $x > y$ ，若 x, y 滿足 $\log x + \log y + \log 2 = \log(x + y + 2)$ ，則數對 $(x, y) = (\textcircled{16}, \textcircled{17})$ 。

C. 將 “mathematics” 排成一列，使得至少兩個母音 (a, e, i) 相連的機率為 $\frac{\textcircled{18}\textcircled{19}}{\textcircled{20}\textcircled{21}}$ 。(化為最簡分數)

D. 若 $T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ， $T_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ， $T_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ，……，觀察矩陣的規律，則 T_{10} 矩陣中的每個數字總和為 $\textcircled{22}\textcircled{23}\textcircled{24}$ 。

E. 一個房間的地面是由 16 個正方形所組成，如右圖。今想用長方形瓷磚鋪滿地面，已知每一塊長方形瓷磚可以覆蓋兩個相鄰的正方形，即  或 。則用 8 塊瓷磚鋪滿房間地面的方法有 2526 種。



F. 有 10 名學生數學成績之算術平均數為 56，標準差 4 分，已知其中八名成績為 50、52、53、54、56、57、60、61，又另外兩名之成績為 a 、 b ，則 $|a-b| =$ 27。

G. 已知直線 $L: mx+y+3=0$ 與圓 $C: x^2+y^2-2y=8$ 相交於 P, Q 兩點且 $\overline{PQ} = 2\sqrt{5}$ ，則 $m^2 =$ 28。

H. 平面上兩圖形 $\Gamma_1: \frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{8} = 1$ 與 $\Gamma_2: y^2 = kx (k > 0)$ 相交於 A, B 兩點，若 O 是原點且

$\triangle OAB$ 為一個正三角形，則實數 $k =$ $\frac{29\sqrt{30}}{31}$ 。(化為最簡根式)

可能用到的參考公式及數值

1. 首項為 a_1 ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S_n = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$ ；

首項為 a_1 ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和為 $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

$$\text{標準差 } \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - n\mu_X^2 \right)}$$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

$$\text{相關係數 } r_{(X,Y)} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$$

迴歸直線(最適合直線)方程式為 $y - \mu_Y = r_{(X,Y)} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$