

全國公立高級中學

104 學年度學科能力測驗第二次聯合模擬考試

考試日期：104 年 9 月 8~9 日

數學考科

— 作答注意事項 —

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 6 題，多選題 6 題，選填題第 A 至 H 題共 8 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須

分別在答案卡上的第 18 列的 $\frac{3}{\square}$ 與第 19 列的 $\frac{\square}{8}$ 畫記，如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案

卡的第 20 列的 $\frac{-}{\square}$ 與第 21 列的 $\frac{7}{\square}$ 畫記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※ 試題後附有參考公式及可能用到的數值

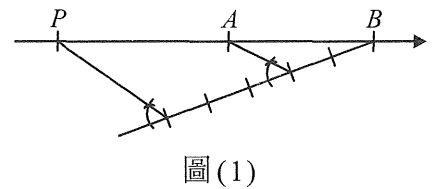
第壹部分：選擇題（占 60 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 如圖(1)，數線上， A 點坐標為 a ， B 點坐標為 b ，小明以「線段等分方式」作圖，若尺規作圖的過程都正確無誤，求 P 點的坐標為何？

- (1) $\frac{2a+3b}{5}$
- (2) $\frac{3a+2b}{5}$
- (3) $\frac{-3a+5b}{2}$
- (4) $\frac{-3b+5a}{2}$
- (5) $\frac{-3b+2a}{-1}$



圖(1)

2. 從一副完整的撲克牌(52 張)中任取 2 張，設取出 2 張為同點數的機率為 p ；取出 2 張為同花色的機率為 q ，則下列選項何者正確？

- (1) $p = \frac{1}{4}q$
- (2) $p = \frac{1}{2}q$
- (3) $p = q$
- (4) $p = 2q$
- (5) $p = 4q$

3. 已知公式： $1^2 + 2^2 + \cdots + (n-1)^2 + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ，其中 n 為正整數。

設 $S = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \cdots + 98^2 + 100^2$ ，則下列選項何者正確？

- (1) $70000 < S < 80000$
- (2) $80000 < S < 90000$
- (3) $90000 < S < 100000$
- (4) $170000 < S < 180000$
- (5) $180000 < S < 190000$

4. 試求滿足不等式 $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24 \leq 0$ 的整數解有幾個？

- (1) 2
- (2) 4
- (3) 6
- (4) 7
- (5) 8

5. 實數 a 使得方程式 $\log_2 x - \left(\frac{1}{3}\right)^x = 0$ 成立；實數 b 使得方程式 $\log_{\frac{1}{2}} x - \left(\frac{1}{3}\right)^x = 0$ 成立；實數 c 使得方程式 $\log_2 x = \log_{\frac{1}{2}} x$ 成立，則下列選項何者正確？

- (1) $a > b > c$
- (2) $a > c > b$
- (3) $b > a > c$
- (4) $c > b > a$
- (5) $c > a > b$

6. 設 k 為正整數，且 $k < \sqrt{3}^{\sqrt{3}} < k+1$ ，求 $k = ?$

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4
- (5) 5

二、多選題 (占 30 分)

說明：第 7 題至第 12 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7. 下列哪些選項的值代入 k ，可使得方程式 $|x+3| + |x-2| = k$ 有解？

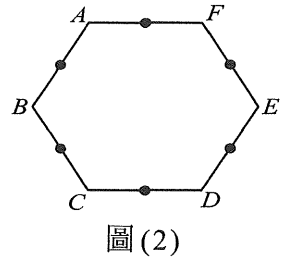
- (1) $\sqrt{3}$
- (2) $4.\bar{9}$
- (3) $\sqrt{17+\sqrt{17}}$
- (4) 2π
- (5) 7

8. 設點 (a, b) 為 $y = \log_2 x$ 圖形上的一點，請選出正確的選項。

- (1) $(2a, 2b)$ 亦為 $y = \log_2 x$ 圖形上的一點
- (2) (a^2, b^2) 亦為 $y = \log_2 x$ 圖形上的一點
- (3) $(a, -b)$ 為 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 圖形上的一點
- (4) (b, a) 為 $y = 2^x$ 圖形上的一點
- (5) $(2b, 2a)$ 為 $y = 2^x$ 圖形上的一點

9. 如圖(2), 從正六邊形 $ABCDEF$ 的各邊中點, 任取 3 點連成三角形, 請選出正確的選項。

- (1) 依此方法可連成 3 種不同大小的三角形
- (2) 這些三角形中, 共有 6 個鈍角三角形
- (3) 這些三角形中, 共有 6 個銳角三角形
- (4) 這些三角形中, 共有 6 個直角三角形
- (5) 這些三角形中, 若為銳角三角形, 則必為正三角形



10. 給定 5 組 (X, Y) 數據如下：

X	3	1	3	t	6
Y	1	2	3	4	5

設 Y 對 X 的迴歸直線方程式為 $y = \frac{1}{2}x + 1$, 請選出正確的選項。

- (1) $t = 3$
- (2) X 與 Y 的相關係數為 $\frac{1}{2}$
- (3) X 的標準差大於 Y 的標準差
- (4) 設 $X' = 2X + 1$, $Y' = 3Y - 2$, 則 Y' 對 X' 的迴歸直線方程式的斜率亦為 $\frac{1}{2}$
- (5) 設 $X' = 2X + 1$, $Y' = 3Y - 2$, 則 Y' 對 X' 的迴歸直線方程式必過 $(9, 7)$

11. 設 $f(x) = x^{99} + 1$, 請選出正確的選項。

- (1) $f(x)$ 除以 $(x-1)$ 的餘式為 2
- (2) $f(x)$ 除以 $(x-1)^2$ 的餘式為 2
- (3) $f(x)$ 除以 $x^2 - 1$ 的餘式為 2
- (4) $f(i) = 1 - i$
- (5) $f\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right) = \frac{2-i}{\sqrt{2}}$

12. 設 A 、 B 兩事件所發生的機率分別為 $P(A)$ 與 $P(B)$ ，若 $P(A) = \frac{2}{3}$ ， $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ ，請選出正確的選項。

(1) 若 $P(A \cap B) = \frac{1}{2}$ ，則 $P(B) = \frac{7}{12}$

(2) 若 A 、 B 互為獨立事件，則 $P(B) = \frac{1}{4}$

(3) 若 A 、 B 互為互斥事件，則 $P(B) = \frac{1}{6}$

(4) $P(B)$ 的範圍為： $\frac{1}{6} \leq P(B) \leq \frac{3}{4}$

(5) $P(A \cap B)$ 的範圍為： $0 \leq P(A \cap B) \leq \frac{2}{3}$

第貳部分：選填題（占 40 分）

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號(13-32)。
2. 每題完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 求 $(3x - \frac{2}{x^2})^6$ 展開式中，常數項為 ⑬⑭⑮⑯。

B. 設 $f(x)$ 為領導係數為 1 的三次函數，且滿足 $f(1)=1$ 、 $f(2)=2$ 、 $f(3)=3$ ，則 $f(4) = \underline{\textcircled{17}\textcircled{18}}$ 。

C. 犯人在接受審判過程中，必須接受精神疾病鑑定，而鑑定的準確度高達 98%。設所有犯人中，患有精神疾病者占全體犯人的 10%，則鑑定為有精神疾病的犯人中，真的患有精神疾病的犯人所占的比例為 $\frac{\textcircled{19}\textcircled{20}}{58}$ 。

D. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足遞迴關係式： $\sqrt{a_n} = \frac{\sqrt{a_{n+1}} + \sqrt{a_{n-1}}}{2}$ ，其中 $n \geq 2$ 且 n 為正整數，若 $a_1 = 4$ 、 $a_2 = 25$ ，求 $a_8 = \underline{\textcircled{21}\textcircled{22}\textcircled{23}}$ 。

E. 設實係數方程式 $x^2 + ax - 14 = 0$ 的其中一根為 $\sqrt{9+4\sqrt{2}}$ ，求方程式的另一根為 $\underline{\textcircled{24} - \textcircled{25}\sqrt{2}}$ 。

F. 甲、乙兩區域由同一水庫供水，由於連日乾旱，各地區於本週選擇 2 天停水。若單一區的停水日不可相鄰且兩區的停水日必須不同，求停水的方式有 $\underline{\textcircled{26}\textcircled{27}\textcircled{28}}$ 種。

G. 小信與小樺兩人射擊的平均命中率為 $\frac{2}{3}$ 與 $\frac{4}{5}$ ，若兩人對同一目標各射擊兩發，且假設兩人射擊互不影響，個人的第一發與第二發射擊亦互不影響，則目標恰被命中兩發的機率為 $\underline{\frac{\textcircled{29}\textcircled{30}}{225}}$ 。

H. 某公司的業績表現逐年成長，但因基期逐年墊高，年成長率逐年下降，近四年的年成長率依序為 25%、20%、15%、10%，試利用對數表，求該公司近四年的平均成長率為 $\underline{\textcircled{31}\textcircled{32}}$ %。(小數點以下四捨五入)

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a_1 ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$

首項為 a_1 ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

2. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \mu_X^2}$

3. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

則 Y 對 X 的迴歸直線(最適合直線)方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

4. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$

5. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010, \log_{10} 3 \approx 0.4771, \log_{10} 5 \approx 0.6990, \log_{10} 7 \approx 0.8451$

6. 以 10 為底的常用對數表：

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430