

臺北區 104 學年度第一學期 第三次學科能力測驗模擬考試

數學考科

—作答注意事項—

考試範圍：第一～四冊全

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 6 題，多選題 6 題，選填題第 A. 至 H. 題共 8 題。

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，更正時應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶(液)。

未依規定畫記答案卡，使機器無法辨識答案者，其後果考生自行承擔。

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

- (一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11，而考生得到的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 $\boxed{3}$ 畫記（注意不是 7），如：

		解 答 欄											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
1		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若多選題第 10 題考生認為正確的選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡第 10 列的 $\boxed{1}$ 與 $\boxed{3}$ 畫記，如：

10		<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----	--	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

- (二) 選填題的題號是 A, B, C, …, 而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。

例：若第 B. 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別

在答案卡的第 18 列的 $\boxed{3}$ 與第 19 列的 $\boxed{8}$ 畫記，如：

18		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C. 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ ，則考生必須分別在答案卡的第 20

列的 $\boxed{-}$ 與第 21 列的 $\boxed{7}$ 畫記，如：

20		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※試題後附有可能用到的參考公式及數值。

祝考試順利

NO.99363303



版權所有 · 翻印必究

第壹部分：選擇題（占 60 分）

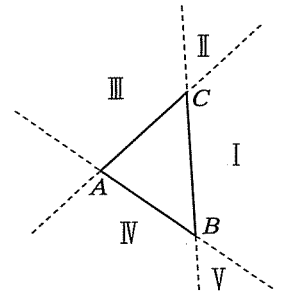
一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是最適當的選項，畫記在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 平面上有一 $\triangle ABC$ 及一點 P ，若 $\overrightarrow{AP} = \frac{21}{17}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{17}\overrightarrow{AC}$ ，試問 P 會落

在右圖中哪個區域內？

- (1) I
- (2) II
- (3) III
- (4) IV
- (5) V



2. 若 $\log_9 a + \log_9 b \geq (\log_9 a)(\log_9 b)$ 且 $\log_a b = 2$ ，則滿足條件的整數 a 共有多少個？

- (1) 26
- (2) 27
- (3) 28
- (4) 29
- (5) 30

3. 擲一顆公正骰子三次，出現之點數依序為 x, y, z ，已知 x, y, z 之和為 10 的條件下， x, y, z 中最大者為偶數之機率為何？

- (1) $\frac{7}{9}$
- (2) $\frac{2}{3}$
- (3) $\frac{5}{9}$
- (4) $\frac{4}{9}$
- (5) $\frac{1}{3}$

4. 設 m 、 k 皆為實數，則滿足 $m \cdot k > 0$ 的直線 $y = mx + k$ 與下列哪一個圖形必不相交？

(1) $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 = 0$

(2) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$

(3) $x^2 + y^2 - 2x - 2 = 0$

(4) $x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$

(5) $x^2 + y^2 - 2x + 1 = 0$

5. 試問下列各選項之 m 值，何者會使得方程式 $mx + 3|x + 4| - 2 = 0$ 無解？

(1) 5

(2) $-\frac{1}{2}$

(3) -3

(4) -6

(5) $\frac{10}{3}$

6. 今有一大學生參加電視節目的錄影，節目結束前由三位主持人與此大學生各自獨立地在自己的板子上寫下 1 ~ 10 當中的一個數字，只要學生寫下的數字與任一位主持人的數字相同，他便可以贏得節目準備的獎品。試問三位主持人與學生寫下的數字組合中，有多少種可使學生贏得獎品？

(1) 2160 種

(2) 2340 種

(3) 2710 種

(4) 3000 種

(5) 4960 種

二、多選題 (占 30 分)

說明：第 7 題至第 12 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的，選出正確選項畫記在答案卡之「解答欄」。每題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以零分計算。

7. 統計甲、乙、丙、丁、戊五位同學，在某次測驗中複習功課的時間 x (小時) 與測驗成績 y (分)，如下表：

	甲	乙	丙	丁	戊
x	2	3	4	5	6
y	40	50	60	80	70

若 x 與 y 的相關係數為 r ， y 對 x 的迴歸直線斜率為 m ，下列敘述何者正確？

- (1) $r > 0$
- (2) $m > 10$
- (3) 若將丁、戊兩人的成績交換，則 x 與 y 的相關係數會變大
- (4) 若將丁、戊兩人的成績交換，則 y 對 x 的迴歸直線斜率會變大
- (5) 將資料 (x, y) 標準化後為 (x', y') ，則 y' 對 x' 的迴歸直線斜率為 m

8. 在 $\triangle ABC$ 中，下列何者正確？

- (1) 若 $\sin A = \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，則 $\triangle ABC$ 為正三角形
- (2) $\sin A, \sin B, \sin C$ 有可能都小於 $\frac{1}{2}$
- (3) $\sin A, \sin B, \sin C$ 有可能都大於 $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (4) 若 $\sin A = \cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，則 $\triangle ABC$ 必為直角三角形
- (5) 若 $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，則 $\cos(180^\circ + A) = -\frac{1}{2}$

9. 如右表，熱食部的餐點共有水餃、便當、湯麵三個類型，共六種餐點。小明每天中午都在熱食部隨機選購一種餐點，而且每天選購的類型皆與前一天相異。例如：若小明週一選購湯麵類，則週二就從水餃類及便當類共三種餐點中，隨機選購一種，則下列選項何者正確？

類型	餐點
水餃	韭菜水餃
便當	排骨便當
	雞腿便當
湯麵	肉羹麵
	魷魚羹麵
	土魷魚羹麵

- (1) 若小明第一天選購肉羹麵，則第三天選購水餃的機率為 $\frac{1}{6}$
- (2) 若小明第一天選購魷魚羹麵，則第三天選購便當的機率為 $\frac{2}{15}$
- (3) 若小明第一天選購土魷魚羹麵，則第三天選購湯麵的機率為 $\frac{7}{10}$
- (4) 長期而言，小明選購水餃的機率為 $\frac{5}{22}$
- (5) 長期而言，小明選購排骨便當的機率為 $\frac{4}{11}$

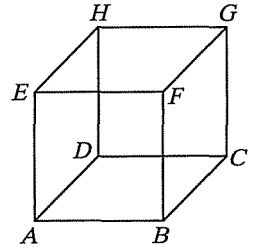
10. 坐標平面上有兩圖形 $\Gamma_1: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$ 與 $\Gamma_2: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ，設 P 、 Q 、 R 、 S 分別為兩圖形在第一、第二、第三、第四象限的交點，若 F_1 與 F_2 分別為圖形 Γ_1 的左右兩個焦點。試問下列敘述何者正確？

- (1) Γ_1 與 Γ_2 兩圖形共焦點
- (2) $\overline{PF_1}^2 - \overline{PF_2}^2 = 60$
- (3) $\triangle PF_1F_2$ 面積為 $3\sqrt{7}$
- (4) $\overline{PS} = \frac{2\sqrt{7}}{3}$
- (5) 四邊形 $PQRS$ 與 $\triangle PF_1F_2$ 的外接圓圓心相同

11. 若 $f(x)$ 為過 $(5, 3)$ 、 $(6, 5)$ 、 $(8, 9)$ 三點的最低次多項式函數，下列選項何者正確？

- (1) $f(x)$ 的圖形為一直線
- (2) $f(x) = 0$ 恰有一實根在 3 與 4 之間
- (3) 若多項式 $Q(x) = 3 \cdot \frac{(x-6)(x-8)(x-9)}{(5-6)(5-8)(5-9)} + 5 \cdot \frac{(x-5)(x-8)(x-9)}{(6-5)(6-8)(6-9)} + 9 \cdot \frac{(x-5)(x-6)(x-9)}{(8-5)(8-6)(8-9)} + 11 \cdot \frac{(x-5)(x-6)(x-8)}{(9-5)(9-6)(9-8)}$ ，則 $f(x)$ 圖形和 $Q(x)$ 圖形恰有三個交點
- (4) $f(x)$ 除以 $(x-7)$ 的餘式為 7
- (5) $f(x) < -1$ 的解為 $x < 3$

12 如右圖， $ABCD-EFGH$ 為一邊長為 2 的正立方體，其中 P 、 Q 、 R 分別為 \overline{AE} 、 \overline{CG} 、 \overline{HG} 之中點，下列選項哪些正確？

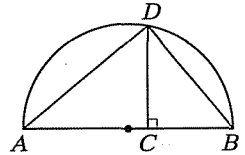


- (1) $\overline{PQ} = 2\sqrt{3}$
 (2) $\triangle PQR$ 的面積為 $2\sqrt{3}$
 (3) 直線 DF 與平面 PQR 垂直
 (4) 向量 \overrightarrow{PQ} 與 \overrightarrow{RP} 的夾角為 θ ，則 $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (5) H 到平面 PQR 的最短距離為 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

第貳部分：選填題（占 40 分）

說明：1 第 A. 至 H. 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（13-33）。
 2 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設 C 是 \overline{AB} 上一點，以 \overline{AB} 為直徑作一半圓， \overline{CD} 垂直 \overline{AB} 且交半圓於 D ，如右略圖所示。若 $\overline{AC} = 4$ ， $\overline{BC} = 2 + \sqrt{3}$ ， $\overline{CD} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ，其中 $a > b$ ，則數對 $(a, b) =$ (13), (14)



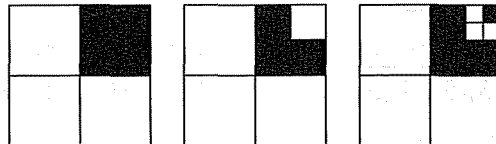
B. 已知空間中直線 $L_1: \begin{cases} x+3y-z=3 \\ 2x+y-z=0 \end{cases}$ ，直線 $L_2: \frac{x-4}{a} = \frac{y-b}{4} = \frac{z-2}{-2}$ ，若 L_1 與 L_2 垂直，則 $a+b =$ (15)。

C. 已知一邊長為 1 的白色正方形，

第 1 步驟：將其等分成 4 個小正方形，並將其右上角的小正方形塗成黑色，如第一圖。

第 2 步驟：將其最右上角的黑色正方形分成 4 個小正方形，並將其最右上角的黑色小正方形塗成白色，如第二圖。

第 3 步驟：將其最右上角的白色正方形分成 4 個小正方形，並將其最右上角的白色小正方形塗成黑色，如第三圖。



第一圖

第二圖

第三圖

依照這樣的規律，繼續分割與著色，則第五圖中黑色區域的面積為 $\frac{(16)(17)(18)}{(19)(20)(21)(22)}$ 。(化為最簡分數)

- D. 已知 m 階方陣 $A=[a_{ij}]_{m \times m}$ ，且每一個元素 $a_{ij} = \begin{cases} 1, & i < j \\ 0, & i = j \\ -1, & i > j \end{cases}$ 。若方陣 A 中所有元素的標準差為 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ，則 $m = \underline{\textcircled{23}}$ 。
- E. 四邊形 $ABCD$ 中， $\angle A = 120^\circ$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 4\sqrt{3}$ ， $\overline{AD} = 5$ ，求 $\triangle ACD$ 的外接圓面積為 $\underline{\frac{\textcircled{24}\textcircled{25}}{\textcircled{26}}}$ π 。(化為最簡分數)
- F. 已知直線 $L: 2x + 3y = 7$ ，若 $\overline{AB} = (12, 5)$ ， A 對 L 的對稱點為 $(3, 9)$ ，則 B 對 L 的投影點為 $\underline{\textcircled{27}, \textcircled{28}\textcircled{29}}$ 。
- G. 小丸子每天早上起床後必先完成洗臉、刷牙、穿衣服、穿裙子、戴隱形眼鏡和吃早餐，共六件事情。其中洗臉後才能戴隱形眼鏡，而且刷牙、洗臉之後才會吃早餐，(例如：洗臉→穿衣服→穿裙子→刷牙→戴隱形眼鏡→吃早餐)。請問小丸子完成這六件事情，依前後順序的不同，共有 $\underline{\textcircled{30}\textcircled{31}\textcircled{32}}$ 種方法。
- H. 設空間中有一金字塔 $O-ABCD$ ，底部 $ABCD$ 為一正方形，側面為四個正三角形。已知 A 、 B 兩點的坐標分別為 $(1, -1, 2)$ 、 $(0, 3, 1)$ ，頂點 $O(a, b, c)$ 在底部平面 $ABCD$ 的投影點坐標為 $P(2, 1, 0)$ ，且 O 點的 z 坐標 $c > 0$ ，則 $c = \underline{\textcircled{33}}$ 。

可能用到的參考公式及數值

- 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的公式解： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
- 平面上兩點 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ 間的距離為 $P_1P_2 = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$
- 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ ， $x_2 \neq x_1$
- 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$
 $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
 $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$
- $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)
 $\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
- 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數 $\mu_x = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
標準差 $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - n\mu_x^2 \right)}$
- 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，
相關係數 $r_{(X,Y)} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{n\sigma_x \sigma_y}$ ，
迴歸直線（最適合直線）方程式為 $y - \mu_y = r_{(X,Y)} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \mu_x)$
- 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$
- 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$