

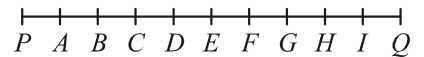
第壹部分：選擇題（占 60 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 如圖(1)所示， $A、B、C、D、E、F、G、H、I$ 依序是一條繩子(\overline{PQ})的十等分點。小明想將此一繩子剪成 $16:9$ 的兩段，請問從下列哪一段的適當位置剪斷才能達成？

- (1) \overline{AB}
- (2) \overline{BC}
- (3) \overline{CD}
- (4) \overline{DE}
- (5) \overline{EF}



圖(1)

2. 已知兩集合 $S = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 與 $T = \{-3, 1, 11, 15, x\}$ ，若兩集合的交集 $S \cap T$ 為空集合，則集合 T 的所有元素的算術平均數不可能是下列哪一選項的數值？

- (1) 12.60
- (2) 6.20
- (3) 5.20
- (4) 4.80
- (5) 4.00

3. 小李的家距離學校有 200 公尺。有一天小李上學由家裡向學校走去，出發後第 1 分鐘內走了 60 公尺，第 2 分鐘內走了 45 公尺，第 3 分鐘內走了 $\frac{135}{4}$ 公尺， \dots ，即後一分鐘內所走的距離是前一分鐘內所走距離的 $\frac{3}{4}$ ，依此規律一直走到學校為止。請問小李是在第幾分鐘內到達學校？

- (1) 第 4 分鐘內
- (2) 第 5 分鐘內
- (3) 第 6 分鐘內
- (4) 第 7 分鐘內
- (5) 第 8 分鐘內

4. 品捷在銀行開了一個定存帳戶並且存入 A 元，每年依固定利率計息一次，也就是 n 年後這個帳戶裡的錢(B_n)可用公式 $B_n = Ax^n$ (x 為固定的值)來預知。品捷自行用計算機按了按得到表(1)(第二列的數字為小數點後第一位數字四捨五入的結果)。請問品捷開此銀行帳戶時存入的本金(A)最可能是下列何者？

- (1) 800
- (2) 820
- (3) 830
- (4) 840
- (5) 850

表(1)

n	2	3	5	8	10
B_n	982	1056	1220	1516	1752

5. 圖(2)為巴斯卡三角形的部分，其中第一列數字為 1，第二列數字為 1,1，第三列數字為 1,2,1，第四列數字為 1,3,3,1，請問第十列數字 1,9,...,9,1 的數字總和等於下列者？

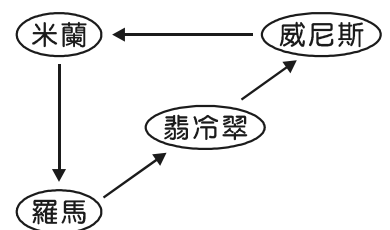
- (1) 20
- (2) 9^2
- (3) 512
- (4) C_5^9
- (5) 256



圖(2)

6. 小明預定暑假期間將到義大利旅遊，依計劃路線會先到羅馬，依序再到翡冷翠、威尼斯、米蘭，最後回到羅馬，如圖(3)所示。各城市都至少住宿一晚，總共住宿 14 晚。因為班機因素，第一晚和最後一晚都在羅馬住宿，在翡冷翠至少 2 晚，在威尼斯最少 3 晚，在米蘭最多 2 晚。請問小明此次義大利之旅在各城市的住宿日數分配情形會有幾種可能？

- (1) 4
- (2) 56
- (3) 125
- (4) 140
- (5) 144



圖(3)

二、多選題 (占 30 分)

說明：第 7 題至第 12 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7. 實係數多項式函數 $f(x) = x^3 + ax + b$ ，若虛數 i 是方程式 $f(x) = 0$ 的一根，則下列哪些選項是正確的？
- (1) $a = 1$
 - (2) $b = -1$
 - (3) $f(x)$ 是奇函數
 - (4) $f(x)$ 被 $x - 1$ 除可得商式為 $x^2 - x + 2$ ，餘式為 2
 - (5) $y = f(x)$ 的圖形與直線 $L: y = x$ 有三個交點
8. 下列哪些選項是正確的？
- (1) $(\sqrt{2})^{-1} > \log_{\sqrt{2}} 1$
 - (2) $(\sqrt{2})^2 < \log_{\sqrt{2}} 2$
 - (3) $(\sqrt{2})^4 = \log_{\sqrt{2}} 4$
 - (4) $(\sqrt{2})^8 > \log_{\sqrt{2}} 8$
 - (5) $(\sqrt{2})^{\sqrt{8}} > \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8}$
9. 已知 n 為大於 8 的自然數，現在從 $1, 2, 3, \dots, n$ 等 n 個連續自然數中取出相異的五個數字，並由小而大依序排列為 $X_1 < X_2 < X_3 < X_4 < X_5$ ，下列哪些選項是正確的？
- (1) 當 $n = 9$ 時， $X_1 = 1$ 的機率為 $\frac{1}{9}$
 - (2) 當 $n = 9$ 時， $X_5 = 9$ 的機率為 $\frac{4}{9}$
 - (3) 當 $n = 9$ 時， $X_1 = 1$ 的條件下 $X_5 = 9$ 的機率為 $\frac{1}{2}$
 - (4) 若 $X_3 = 5$ 的機率為 P_n ，則 $P_n = \frac{360(n-5)(n-6)}{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}$
 - (5) 承(4)， $P_9 > P_{10}$

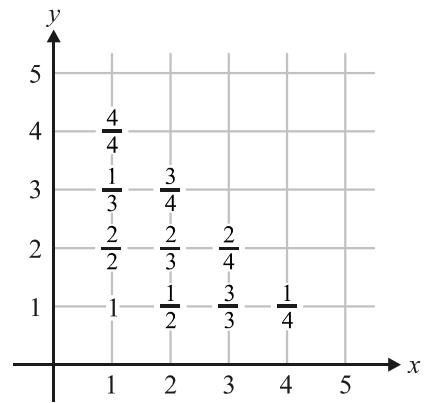
10. 坐標平面上三點 $A(3, a)$ 、 $B(-1, 5)$ 、 $C(5, 5)$ ，下列哪些選項是正確的？
- (1) 當 $a=3$ 時， $\triangle ABC$ 面積為 6
 - (2) 當 $a=5$ 時， A 、 B 、 C 三點共線
 - (3) 當 $a=2$ 時， $\triangle ABC$ 為鈍角三角形
 - (4) 當 $H(3, 9)$ 是 $\triangle ABC$ 的垂心時， a 之值為 7
 - (5) 點 $K(2, 6)$ 不可能是 $\triangle ABC$ 的外心
11. 某次月考，甲、乙、丙、丁、戊、己等六位同學的國文成績(資料 X)依序為 $x_1=76$ 、 $x_2=82$ 、 $x_3=86$ 、 $x_4=80$ 、 $x_5=88$ 、 $x_6=92$ 。數學成績(資料 Y)依序為 y_1 、 y_2 、 y_3 、 y_4 、 y_5 、 y_6 。因為數學成績太低，老師決定將所有人的數學成績先乘以 $\frac{1}{2}$ 再加上 50，因此得到新的數學成績(資料 Z ，即 $z_i = \frac{1}{2}y_i + 50$)。下列哪些選項是正確的？
- (1) 資料 X 的算術平均數小於 85
 - (2) 資料 X 的標準差小於 5
 - (3) 若將資料 X 標準化，則學生乙的國文成績標準化後會小於 0
 - (4) 若資料 X 與資料 Y 的相關係數為 r ，則資料 X 與資料 Z 的相關係數為 $\frac{1}{2}r$
 - (5) 若資料 Y 對於資料 X 的迴歸直線斜率為 m ，則資料 Z 對於資料 X 的迴歸直線斜率為 $\frac{1}{2}m$
12. 空間中有三點 $A(-1, 0, -1)$ 、 $B(1, -1, 2)$ 、 $C(t, 4-t^2, 0)$ ，其中 t 為實數。若已知 $\overline{AB} \perp \overline{AC}$ ，且 O 為坐標原點，則下列哪些選項是正確的？
- (1) $t = -1$
 - (2) 外積 $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (10, 2, -6)$
 - (3) A 、 B 、 C 三點所在的平面方程式為 $5x + y - 3z + 2 = 0$
 - (4) 兩向量 \overrightarrow{AO} 與 $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ 的夾角為 θ ，則 $\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{70}}$
 - (5) 四面體 $OABC$ 的體積為 $\frac{2}{3}$

第貳部分：選填題（占40分）

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號(13-30)。
2. 每題完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 若 $\sqrt[3]{1536} + \frac{4}{3}\sqrt[6]{9} + \sqrt[3]{-\frac{1}{9}}$ 可合併化簡為 3^a ，則 $a = \frac{\textcircled{13}}{\textcircled{14}}$ 。(化為最簡分數)

B. 有一數列如下： $1, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \dots, \frac{1}{k}, \frac{2}{k}, \frac{3}{k}, \dots, \frac{k}{k}, \dots$ 。將此數列依圖(4)規律排列在直角坐標平面的第一象限之格子點上，則 $\frac{9}{16}$ 所在位置的坐標為 $(\textcircled{15}, \textcircled{16})$ 。



圖(4)

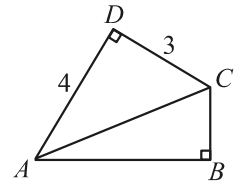
C. 在空間中，兩直線 $L_1: x-1 = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{a}$ 及 $L_2: \frac{x+3}{3} = y+1 = \frac{z+1}{b}$ (其中 a, b 為定實數)，若已知 L_1 與 L_2 互相垂直，則 $a^2 + b^2 = \textcircled{17}\textcircled{18}$ 。

D. 已知兩向量 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 60° ，且兩向量長度分別為 $|\vec{a}| = 2$ ， $|\vec{b}| = 4$ ，則兩向量 \vec{a} 與 $\vec{a} - \vec{b}$ 的夾角為 $\textcircled{19}\textcircled{20}$ 度。

E. 假設某個地區有甲、乙兩家理髮店，根據調查每年甲店保有 60% 的顧客，而有 40% 的顧客轉向乙店；每年乙店保有 40% 的顧客，而有 60% 的顧客轉向甲店；已知目前甲、乙兩店的占有率分別為 30% 及 70%，若顧客的總人數不變，試問在長期穩定狀態下，甲店的市場占有率為 2122 %。

F. 實數 x 、 y 滿足不等式 $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ 、 $x + y \geq 4$ 、 $x + 3y \geq 6$ 、 $3x + y \geq 6$ ，則 $5x + 12y$ 的最小值為 2324。

G. 如圖(5)： $\triangle ABC$ 與 $\triangle ACD$ 都是直角三角形，且 $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ ， $\angle BAD = 60^\circ$ ，若已知 $\overline{AD} = 4$ 、 $\overline{CD} = 3$ ，則 $\overline{BC} + \overline{AB} = \frac{25\sqrt{3} + 26}{2}$ 。



圖(5)

H. 在同一坐標平面上，圓 $C: (x-1)^2 + y^2 = 4$ ，拋物線 $\Gamma: y^2 = ax + b$ ，其中 $ab < 0$ 。若拋物線 Γ 以圓 C 的圓心為焦點且拋物線 Γ 的頂點在圓周上，則數對 $(a, b) = (\underline{27}, \underline{28}), (\underline{29}, \underline{30})$ 。

參考公式及可能用到的數值

1. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$

2. 等比級數的和：等比數列的首項為 a_1 ，公比 r ，則

$$\text{前 } n \text{ 項之和： } S_n = \begin{cases} \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1} & \text{當 } r \neq 1 \\ na_1 & \text{當 } r = 1 \end{cases}$$

3. 對數律：

(1) $\log_a rs = \log_a r + \log_a s$

(2) $\log_a \frac{r}{s} = \log_a r - \log_a s$

(3) $\log_a r^s = s \cdot \log_a r$

4. 條件機率 $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$

5. 餘弦定理：在 $\triangle ABC$ 中，以 a 、 b 、 c 分別表 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 之對邊長，則 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

6. 和角與差角公式：

(1) $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

(2) $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$

(3) $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

(4) $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

7. 二項式定理：已知 x 、 y 是實數，對於任意正整數 n

$$(x+y)^n = C_0^n x^n + C_1^n x^{n-1} y + \cdots + C_r^n x^{n-r} y^r + \cdots + C_{n-1}^n x y^{n-1} + C_n^n y^n$$

8. 兩向量的內積公式：設 \vec{a} 與 \vec{b} 為非零向量， θ 為 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角，則兩向量的內積定義為 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$

9. 兩隨機變數 $X: x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ， $Y: y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$

(1) X 的算術平均數 $\mu_X = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$ ，標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2}$

Y 的算術平均數 $\mu_Y = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + \cdots + y_n}{n}$ ，標準差 $\sigma_Y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu_Y)^2}$

(2) X 、 Y 的相關係數 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \mu_Y)^2}}$

(3) Y 對 X 的迴歸直線方程式 $y - \mu_y = b(x - \mu_x)$ ，其中 $b = r \cdot \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}$