

臺中區國立高級中學九十八學年度
大學入學學科能力測驗第一次聯合模擬考

數學考科

試題編號：AU-39801
考試日期：98.12.22

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 6 題，多選題 5 題，選填題第 A 至 I 題共 9 題

作答方式：• 用 2B 鉛筆在「答案卡」上劃記，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液
• 答錯不倒扣

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 $\frac{1}{2}$ ， $\frac{3}{4}$ ，以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11，而正確的答案為 7 亦即選項 (3)時，考生要在答案卡第一列 $\overset{3}{\square}$ 劃記（注意不是 7），如：

| 解 答 欄 | | | | | | | | | | | | | |
|-------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | - | ± | |
| | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

例：若多選題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 $\overset{1}{\square}$ 與 $\overset{3}{\square}$ 劃記，如：

| | | | | | | | | | | | | | |
|----|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 10 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | - | ± | |
| | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

(二) 選填題的題號是 A, B, C, …，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而答案是 $\frac{3}{8}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 18 列的 $\overset{3}{\square}$ 與第 19 列的 $\overset{8}{\square}$ 劃記，如：

| | | | | | | | | | | | | | |
|----|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 20 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | - | ± | |
| | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 21 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | - | ± | |
| | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 \square 與第 21 列的 $\overset{7}{\square}$ 劃記，如：

| | | | | | | | | | | | | | |
|----|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 20 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | - | ± | |
| | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 21 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | - | ± | |
| | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

祝考試順利

第壹部分：選擇題 (佔 55 分)

一、單選題 (佔 30 分)

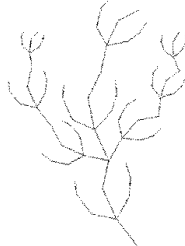
說明：第 1 至 6 題，每題選出最適當的一個選項，劃記在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1. 自然界每種植物的生長常有各自固定的模式，只要掌握基本的生長模式後，就能利用不斷的複製來模擬其生長，例如下列的四個圖就是模擬水草的成長：

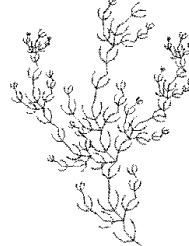
(圖一) 是水草的基本生長模型，共有 9 個線段，再將 (圖一) 中的每個線段的長度依比例更改為與 (圖一) 相同的圖形後得到 (圖二)，再將 (圖二) 中的每個線段的長度依比例更改為 (圖一) 相同的圖形得到 (圖三)，如此下去，請問 (圖四) 中的線段共有多少條？



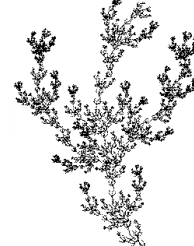
(圖一)



(圖二)



(圖三)



(圖四)

- (1) 4096
(2) 6471
(3) 6561
(4) 7889
(5) 10002

2. 設多項式 $f(x)$, $g(x)$ 有公因式 $(2x - 1)$ ，則下列何者亦必有因式 $(2x - 1)$ ？

- (1) $f(x) - x$
(2) $2xf(x) - 1$
(3) $\frac{f(x)g(x)}{(2x-1)^2}$
(4) $(x+1)f(x) + (x^2 - 3)g(x)$
(5) $xf(x) - x^2g(x) + 3$

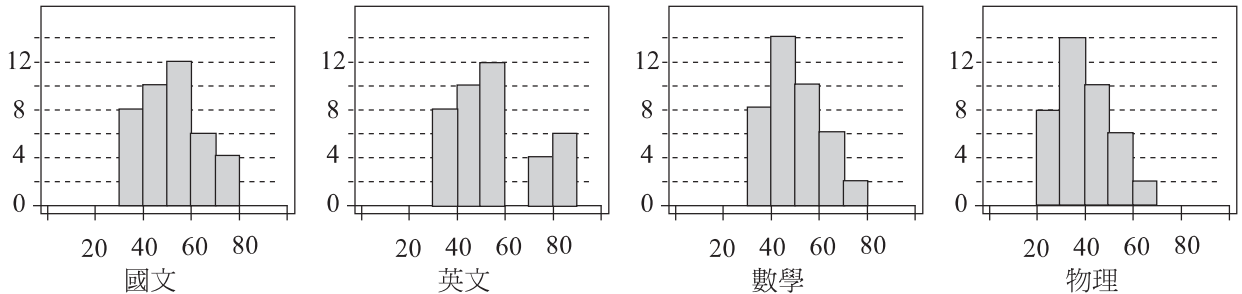
3. z 為複數，若複數 $(z+4)$ 的主幅角為 α ，複數 $(z-2)$ 的主幅角為 $80^\circ + \alpha$ (其中 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$)，且 $|z+4| = 2|z-2|$ ，則複數 $\frac{z}{z+4}$ 的主幅角為？

- (1) 20°
(2) 40°
(3) 60°
(4) 80°
(5) 100°

4. 空間中，已知直線 L_1 經過 $A(-1, 3, 2)$, $B(-5, 5, 0)$ ，而直線 L_2 經過原點且與 L_1 垂直相交，則 L_1 與 L_2 交點的 x 坐標為？

- (1) 1
(2) 0
(3) $\frac{2}{3}$
(4) -1
(5) -2

5. 下圖為某班國文、英文、數學、物理四科成績分布的直方圖，其中橫坐標代表分數，縱坐標代表人數。根據此四圖，下列選項何者正確？



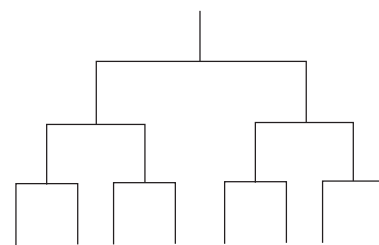
- (1) 國文的平均分數比英文的平均分數高
 (2) 國文的中位數比英文的中位數小
 (3) 國文的標準差比英文的標準差小
 (4) 英文的眾數比數學的眾數小
 (5) 數學的標準差比物理的標準差小
6. 根據統計正常婦女懷孕到生產的平均週數為 40 週，標準差為 4 週。已知 2008 年臺灣有 20 萬位新生兒，而懷孕週數未滿 32 週者列為早產兒，若婦女的懷孕週數呈常態分布，則臺灣 2008 年大約有多少位早產兒？
- (1) 500 位 (2) 1000 位 (3) 2500 位
 (4) 5000 位 (5) 10000 位

二、多選題 (佔 25 分)

說明：第 7 至 11 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項劃記在答案卡之「解答欄」。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 5 分，只錯一個選項者可得 2.5 分，錯兩個或兩個以上選項者不給分。

7. 設 $0 < a < b < 1$ ，下列各選項何者正確？
- (1) $a^a < a^b$ (2) $a^b < b^b$
 (3) $(1-a)^a > (1-b)^b$ (4) $(1-a)^b > (1-a)^{\frac{b}{2}}$
 (5) $\log_a b > \log_b a$

8. $\triangle ABC$ 中，已知 $\cos A = \frac{4}{5}$ ， $\cos B = \frac{12}{13}$ ，下列各選項何者為正確？
- (1) $\cos C = \frac{33}{65}$ (2) $\sin C = \frac{56}{65}$
 (3) $\angle B$ 是最小角 (4) \overline{AB} 是最短邊
 (5) $a : b : c = 39 : 25 : 56$ ，其中 a 、 b 、 c 分別表 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對邊長
9. 數列 $\langle a_n \rangle$ 之前 n 項和為 S_n ，且滿足 $S_n = \frac{1^2}{1} + \frac{1^2+2^2}{1+2} + \frac{1^2+2^2+3^2}{1+2+3} + \dots + \frac{1^2+2^2+3^2+\dots+n^2}{1+2+3+\dots+n}$ ，則下列各選項何者正確？
- (1) 數列 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列
 (2) a_{30} 為整數
 (3) 若 a_n 為整數，則 $n = 3k - 2$ ，其中 k 為正整數
 (4) 若 S_n 為整數，則 $n = 3k - 2$ ，其中 k 為正整數
 (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n^2}{S_n} = 4$
10. 有一質點在圓 $x^2 + y^2 = 36$ 的圓周上以等速逆時針方向旋轉；當時間 $t = 0$ 秒時在 x 軸正向上，當 $t = 0.6$ 秒時正好轉了半周；假設圓心為 O ， $t = 0.1$ 秒時在 P 點， $t = 0.8$ 秒時在 Q 點，則下列各選項何者正確？
- (1) $\overline{OP} \cdot \overline{OQ} = 6$
 (2) $\triangle OPQ$ 的面積為 9
 (3) P 點到直線 OQ 的距離為 3
 (4) \overline{PQ} 之長為 9
 (5) 此質點於 t 秒時在 y 軸上之正射影為 $(0, 6 \sin \frac{5t\pi}{3})$
11. 有八支球隊參加比賽，實力由強而弱依次為 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_8$ ，實力強的一定贏實力弱的；今由隊長抽籤分組進行單淘汰賽（依下表排賽程，輸一場則淘汰），則 A_1 當然得冠軍，可是 A_2, A_3, \dots 卻不一定得亞軍，則下列各選項何者正確？
- (1) A_2 得亞軍之機率為 $\frac{5}{7}$
 (2) A_3 得亞軍之機率為 $\frac{3}{7}$
 (3) A_4 得亞軍之機率為 $\frac{4}{35}$
 (4) A_5 得亞軍之機率為 $\frac{2}{35}$
 (5) A_6 得亞軍之機率為 0



第貳部分：選填題（佔 45 分）

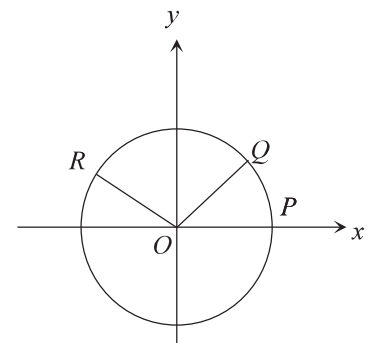
說明：1. 第 A 至 I 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（12~37）。
2. 每題完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 若 $\log 3.14 = a$, $\log 3.15 = b$, 若用線性內插法求得 $\log 3.1416 = \frac{ma + mb}{25}$, 則數對 $(m, n) = (\underline{\textcircled{12}\textcircled{13}}, \underline{\textcircled{14}})$ 。

B. 求由下列四直線 $L_1: x - 2y + 4 = 0$, $L_2: x - 2y - 2 = 0$, $L_3: x + 4y - 20 = 0$, $L_4: x + 4y - 12 = 0$ 所圍成的平行四邊形面積為 $\textcircled{15}$ 。

C. $ABCD$ 為圓內接四邊形，其中 $\angle BAC = 45^\circ$, $\angle DAC = 75^\circ$, 又 $\overline{BC} = 3\sqrt{3}$, 求 $\overline{BD} = \underline{\underline{\frac{\textcircled{16}\sqrt{\textcircled{17}}}{2}}}$ 。

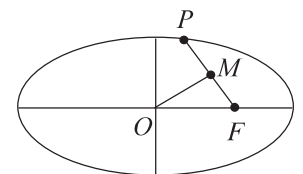
D. 如右圖所示， P, Q, R 是圓心為 O 之單位圓上的點，其中 $P(1, 0)$, $Q(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$, $R(x, y)$, 弧長 $\widehat{PQ} = \frac{1}{2}$ 弧長 \widehat{QR} , 則 R 之坐標為 $(\underline{\frac{\textcircled{18}\textcircled{19}\textcircled{20}\textcircled{21}}{125}}, \underline{\frac{\textcircled{22}\textcircled{23}}{125}})$ 。



E. 已知 a, β 均為實數且 $(a - 3)^2 + (\beta - 4)^2 = 25$, 則 $(a + 3)^2 + (\beta + 4)^2$ 的最大值為 $\textcircled{24}\textcircled{25}\textcircled{26}$ 。

F. 坐標空間中一球面 S 被 xy 平面所截出的圓之方程式為 $C: (x + 5)^2 + (y - 2)^2 = 144$, 且 S 與平面 $x - 8 = 0$ 相切，則球面 S 有兩個，試求球面 S 被平面 $z + 3 = 0$ 所截出的圓中較大的面積為 $\textcircled{27}\textcircled{28}\textcircled{29}\pi$ 。

G. 右圖為橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$, 設 P 點為 Γ 上一點， F 為 Γ 之一焦點且 O 點為 Γ 之中心，若 M 點為 \overline{PF} 之中點，則 $\overline{PM} + \overline{MO}$ 為 $\textcircled{30}\textcircled{31}$ 。



H. 兩對新婚夫妻與甲、乙、丙、丁四友人（共八人），分乘 A, B, C 三部車出遊，已知兩位新郎及甲須當司機，而同一對新娘與新郎須同車，若每車至少一人（含司機），最多容納四人，且不考慮座位順序，則乘坐的方法有 $\textcircled{32}\textcircled{33}\textcircled{34}$ 種。

I. 將 10 本不同的書分成 3 本、3 本、4 本共三疊，任意分給甲、乙、丙三人，每人一疊，但其中有 2 本書是同一套書的上、下冊，則此上、下冊 2 本書都分到同一個人的機率為 $\frac{\textcircled{35}}{\textcircled{36}\textcircled{37}}$ 。（化為最簡分數）

參考公式及可能用到的數值：

1. 一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的公式解：
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
2. 平面上兩點 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 間的距離為 $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
3. 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, $x_2 \neq x_1$
4. 首項為 a_1 , 公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$
5. 三角函數的和角公式：
$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \sin B \cos A$$
$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$
6. 三角函數的三倍角公式： $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$, $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$
7. $\triangle ABC$ 的正弦定理：
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

 $\triangle ABC$ 的餘弦定理：
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$
8. 算數平均數：
$$M(=\bar{X}) = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

(樣本) 標準差：
$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{X}^2 \right)}$$
9. 常態分佈：常態分佈的資料對稱於平均數 μ , 且當標準差為 S 時, 該資料大約有 68% 落在區間 $(\mu - S, \mu + S)$ 內, 約有 95% 落在區間 $(\mu - 2S, \mu + 2S)$ 內, 約有 99.7% 落在區間 $(\mu - 3S, \mu + 3S)$ 內。
10. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$; $\sqrt{3} \approx 1.732$; $\sqrt{5} \approx 2.236$; $\sqrt{6} \approx 2.449$; $\pi \approx 3.142$
11. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$, $\log_{10} 3 \approx 0.4771$, $\log_{10} 5 \approx 0.6990$, $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

