第壹部分：選擇題(55%)

一、單選題(30%)

說明：第 1 至 6 題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

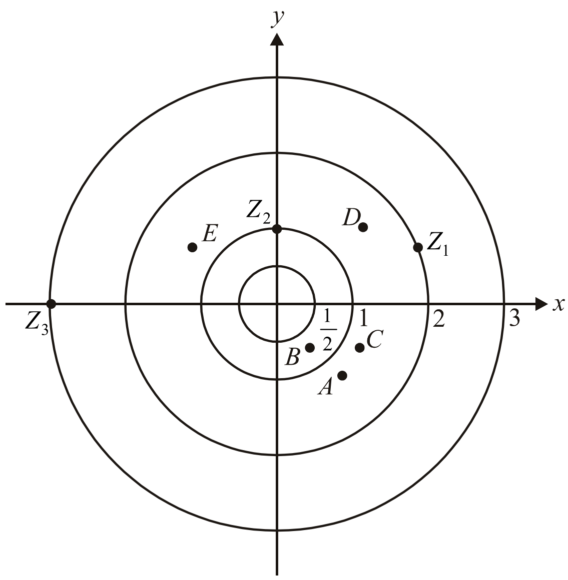
1. ΔABC 中，$\angle C = 90°$，$\angle A = 40°$，$\overline{CD} \perp \overline{AB}$ 於 D 點，設 $\overline{AB} = c$，則 $\overline{CD} =$ ？

(1) $c\sin 40°\cos 40°$
(2) $c\tan 40°\sin 40°$
(3) $c\tan 40°\cos 40°$
(4) $c\sin^2 40°$
(5) $c\cos^2 40°$

2. 設 $f(x)$ 爲多項式函數，若 $x^3 f(x)$ 除以 $(3x-2)$ 之餘式爲 6，則 $x^2 f(x)$ 除以 $(3x-2)$ 之餘式爲

(1) 2
(2) 4
(3) 6
(4) 8
(5) 9

3. 設複數平面上三點 Z_1、Z_2、Z_3，所在的位置如右圖所示，則 $\dfrac{Z_2^{\,2} Z_3}{Z_1^{\,2}}$ 之值所在的點，下列哪一點最接近？

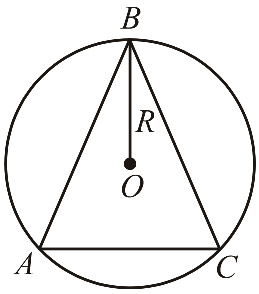


(1) A 點
(2) B 點
(3) C 點
(4) D 點
(5) E 點

4. 在坐標平面上三點 $A(1,2)$，$B(5,5)$，$C(-5,10)$，若 ΔABC 之外心坐標設爲 (a,b)，則 $a+2b=$ ？

(1) 5
(2) $\dfrac{15}{2}$
(3) 10
(4) $\dfrac{25}{2}$
(5) 15

5. ΔABC 內接於半徑 $R=2\sqrt{3}$ 的圓，$\angle A=75°$，$\overline{AC}=2\sqrt{6}$，則 $\overline{AB}=$？



(1) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$
(2) $\sqrt{3}+1$
(3) 6
(4) $\sqrt{6}+\sqrt{2}$
(5) $2\sqrt{3}$

6. 一個無窮等比數列：$<\frac{1}{2},\frac{1}{2^2},\frac{1}{2^3},\frac{1}{2^4},\cdots,\frac{1}{2^n},\cdots>$，今從這個無窮數列，擷取部分的項，亦成一個無窮等比數列，使這個無窮等比級數和爲 $\frac{1}{7}$，則這個新數列

(1) 首項爲 $\frac{1}{4}$　(2) 首項爲 $\frac{1}{8}$　(3) 首項爲 $\frac{1}{16}$
(4) 首項爲 $\frac{1}{32}$　(5) 公比爲 $\frac{1}{64}$

二、多選題(25%)

說明：第 7 至 11 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項標示在答案卡之「解答欄」。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 5 分，只錯一個選項可得 2.5 分，錯兩個或兩個以上選項不給分。

7. 設 $f(x)=x^4+2x^3-16x^2-2x+k=0$，已知：$f(x)=0$ 的所有解中，其中之二根和爲 2，下列選項何者是正確的？
(1) $y=f(x)$ 之函數圖形與 x 軸交於兩點
(2) $f(x)=0$ 之最大根爲 3
(3) $f(x)=0$ 之最小根爲 -3
(4) $f(0)<0$
(5) $f(\sqrt{3})\cdot f(-\sqrt{3})>0$

8. 一數列 $<a_n>$ 滿足 $a_1=1$，$a_2=4$，且 $3a_{n+2}=5a_{n+1}-2a_n$，則
(1) $a_3=6$　(2) $a_4=\frac{14}{3}$
(3) $a_6-a_5=\frac{16}{27}$　(4) $a_{n+2}-a_{n+1}=\frac{2}{3}(a_{n+1}-a_n)$
(5) $a_n-a_{n-1}=3\cdot(\frac{2}{3})^{n-1}$

9. 三角形 ABC 中，$\angle A$ 、$\angle B$ 、$\angle C$ 之對邊，分別為 a、b、c，下列何者可以決定**「唯一」**之三角形？
(1) $a=2$ ，$b=3$ ，$\angle B=105^\circ$
(2) $a=3$ ，$b=2$ ，$\angle B=105^\circ$
(3) $a=3$ ，$b=2$ ，$\angle B=35^\circ$
(4) $a=12$，$b=24$，$\angle A=32^\circ$
(5) $a=12$，$b=24$，$\angle A=30^\circ$

10. 設三次方程式 $f(x)=(x+1)(x-1)(x-3)+(x+2)(x-2)(x-4)+(x-2)(x-3)(x-5)=0$，問在哪兩個連續整數之間使 $f(x)=0$ 有實根？
(1) $(-1,0)$　(2) $(0,1)$　(3) $(1,2)$
(4) $(2,3)$　(5) $(3,4)$

11. 定義：$[\alpha,\beta]$ 為實數軸上的閉區間，即 $[\alpha,\beta]=\{x \mid \alpha\le x\le\beta\}$；
設二次函數 $f(x)=ax^2+bx+c$，$a>0$，a、b、$c\in R$，則
(1) $f(x)$ 在 $[\alpha,\beta]$ 必有最大值和最小值
(2) $f(x)$ 在 $[\alpha,\beta]$ 之最小值是 $f(\alpha)$ 或 $f(\beta)$
(3) $f(x)$ 在 $[\alpha,\beta]$ 之最大值是 $f(\alpha)$ 或 $f(\beta)$
(4) 設 $f(x)$ 在實數上之最小值是 $f(P)$，則 $f(2-P)=f(2+P)$
(5) 設 $f(x)$ 在整個實數軸上有最大值

第貳部分：選填題(45%)

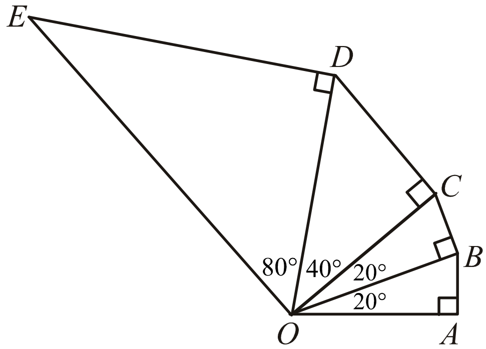
說明：1. 第 A 至 I 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號(12~26)。
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 利用對數值表及內插法計算：$a=\sqrt[5]{300}=$ 3.⑫⑬⑭ (近似至三位小數)

常用對數表 $\log_{10} x$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038

B. 如右圖：ΔOAB 、ΔOBC 、ΔOCD 、ΔODE 均爲直角三角形，$\angle AOB = \angle BOC = 20°$，$\angle COD = 40°$，$\angle DOE = 80°$，設 $\overline{OE} = 60$，則 $\overline{AB} =$ ⑮.⑯ (近似一位小數)
($\cos 20° = 0.9397$ ，$\sin 20° = 0.3420$ ，$\tan 20° = 0.3640$)

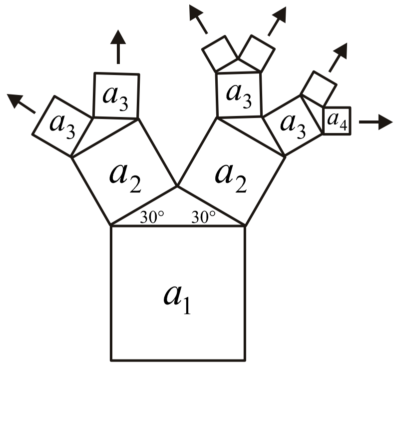


C. 在平面上設 $O(0,0)$ 、$A(90,0)$ 、$B(0,135)$ 、$C(90,135)$，今有甲、乙、丙三隻螞蟻，在平面上，
甲螞蟻自 A 點以每秒 6 單位之速度向 O 點移動
乙螞蟻自 B 點以每秒 9 單位之速度向 O 點移動
丙螞蟻自 O 點以每秒 $\sqrt{13}$ 單位之速度向 C 點移動
試計算最快在 ⑰ 秒鐘後，三隻螞蟻會成一直線。

D. 立法院三讀通過交通安全法規：汽車駕駛人若經酒精測試超過一定標準，則受罰或扣車。酒測標準是 0.25 Mg/L，超過此 0.25 Mg/L 的標準會受到 15,000~60,000 元的罰鍰；但若超過 0.55 Mg/L，酒駕者不僅要受罰鍰，更要扣車，且肇事者還需以公共危險罪受刑法審判。
假設一瓶「紅猴牌」啤酒會使酒精測試值增加 0.2 Mg/L，一杯「黑牛」威士忌會使酒精測試值增加 0.6 Mg/L。一天，阿呆一口氣喝了 5 瓶「紅猴牌」啤酒，和一杯「黑牛」威士忌，假使每休息 1 小時，酒精測試值會降爲原來的 0.72 倍，問至少需經過 ⑱ 小時後，阿呆才能安全上路，避免受罰。($\log 2 = 0.3010$ ，$\log 3 = 0.4771$ ，$\log 5 = 0.6990$)

E. 設 $0 \le x < 2\pi$ ，問滿足 $\cos 7x = \frac{1}{2}$ 之解有 ⑲⑳ 個

F. 若 a_1 表一邊長爲 4 的正方形，而在此正方形的一個邊上，作出底角爲 $30°$ 之等腰三角形，再以此等腰三角形之兩腰長爲邊向外各作正方形 a_2 ，依這方法一直作下去，求所有正方形面積和 = ㉑㉒



G. 設 $\omega=\cos\frac{2\pi}{5}+i\sin\frac{2\pi}{5}$，若 ω^k 在複數平面上所對應之點 P_k， $k=0,1,2,3,4$，則 $\overline{P_0P_1}\times\overline{P_0P_2}\times\overline{P_0P_3}\times\overline{P_0P_4}=$ ㉓

H. 設 $A(2,0)$ 、 $B(0,-4)$ ，若 $P(x,y)$ 爲直線 AB 上之動點，則 $9^x+(\frac{1}{3})^y$ 最小值 $=$ ㉔㉕

I. 設 $f(x)$ 爲一個四次多項式，若 $f(x)$ 以 $(x-1)^3$ 除之餘式爲 3，以 $(x-2)$ 除之餘式爲 6，以 $(x+2)$ 除之餘式爲 30；則 $f(0)=$ ㉖

參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的公式解： $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

2. 平面上兩點 $P_1(x_1,y_1)$ ， $P_2(x_2,y_2)$ 間的距離爲 $\overline{P_1P_2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

3. 通過 (x_1,y_1) 與 (x_2,y_2) 的直線斜率 $m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ ， $x_2\neq x_1$

4. 首項爲 a_1 ，公差爲 d 的等差數列前 n 項之和爲 $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}=\dfrac{n(2a_1+(n-1)d)}{2}$

5. 首項爲 a_1，公比爲 r 的等比級數前 n 項之和爲 $S_n=\dfrac{a_1(1-r^n)}{1-r}$；無窮等比級數若是收斂，其和 $S=\dfrac{a_1}{1-r}$

6. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B)=\sin A\cos B+\sin B\cos A$

   $\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$

7. ΔABC 的正弦定理： $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$

   ΔABC 的餘弦定理： $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

8. 棣美弗定理：設 $Z=\cos\theta+i\sin\theta$ ， $n\in Z$ ，則 $Z^n=\cos n\theta+i\sin n\theta$

9. 參考數值： $\sqrt{2}\approx 1.414$ ； $\sqrt{3}\approx 1.732$ ； $\sqrt{5}\approx 2.236$ ； $\sqrt{6}\approx 2.449$ ； $\pi\approx 3.142$

10. 餘式定理：多項式 $f(x)$ 除以 $ax-b$ 之餘式爲 $f(\dfrac{b}{a})$

11. 算幾不等式：設 $a>0$ ， $b>0$ ，則 $\dfrac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$