

第壹部分：選擇題(55%)

一、單選題(30%)

說明：第 1 至 6 題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

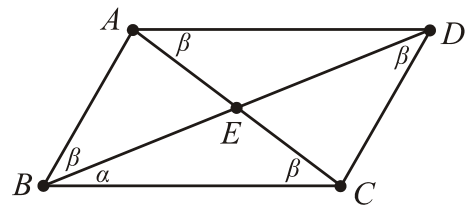
1. 魯夫無意間得到一張藏寶圖，藏寶圖上寫著：「在一個荒島上有三棵樹，柳樹 A 、桃樹 B 及李樹 C ，而寶藏就埋在 $\triangle ABC$ 的垂心正下方」。魯夫一行人來到此荒島，發現只剩下桃樹 B 及李樹 C ，今若以桃樹 B 為原點及李樹 C 為 $(5,0)$ 設定直角坐標系，且從藏寶圖上還得知 B 點到 A 點、 C 點及直線 AC 的距離分別為 $2\sqrt{13}$ 、 5 及 4 ，則寶藏可能位置的個數及所在的象限為何？

- (1) 只有一個可能且在第一象限
- (2) 有兩個可能，分別在第一及第四象限
- (3) 有兩個可能，分別在第二及第三象限
- (4) 有四個可能，兩個在第一象限而另兩個在第四象限
- (5) 有四個可能，四個象限各一個

2. 如右圖，平行四邊形 $ABCD$ 中，若 $\angle ABD = \angle BCA = \angle CDB = \angle DAC = \beta$

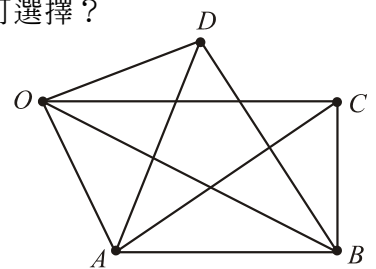
且 $\angle CBD = \alpha$ ，則 $\frac{\sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = ?$

- (1) $\frac{1}{2}$
- (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (4) 1
- (5) 條件不足，無法確定



3. 如右圖，某地區警察值勤的巡邏箱有 A 、 B 、 C 、 D 四處， O 為警察局。今一值勤警車出勤務，若希望各巡邏箱都恰經過一次並簽到，則此值勤警車有幾條不同路線可選擇？

- (1) 9
- (2) 10
- (3) 11
- (4) 12
- (5) 13



11. 下列敘述何者正確？

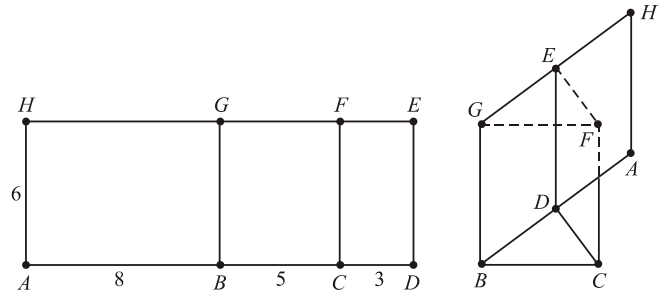
- (1) 統計學的基本定理(中央極限定理)是說：「當樣本數 n 很大時，樣本平均數 $\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$ 的分配會接近鐘形的常態分配，且此分配的平均數與原母體平均數相同，但其標準差(稱為標準誤)與原母體的標準差 σ 不同，變成 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 」
- (2) 做統計抽樣時，若所得信賴區間的長度越短，則其所耗費成本應也越小
- (3) 信賴區間的長度是依做統計的人希望得到 68%、95%或 99.7%的信心水準而計算出的結果，且長度與抽樣人數成正比
- (4) 做相同的抽樣調查，如果抽樣樣本數相同，樣本比率 \hat{p} 愈接近 0.5 者，其信賴區間長度愈長
- (5) 從一母體平均數 μ ，標準差 σ 的常態分配母體中隨機抽出一個觀測值，則其落在 $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$ 範圍的機率約為 95%

第貳部分：選填題(45%)

說明：1. 第 A 至 I 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號(12~31)。
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 若 z 為實係數方程式 $x^2 + 2x + p = 0$ 的一個虛根，且 $|z| = 2$ ，則 $p = \underline{\textcircled{12}}$ 。
- B. 在坐標平面上，圓 C_1 的任意兩條互相垂直切線的交點所成圖形的方程式為圓 $C_2: x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$ ，則圓 C_1 的方程式為 $\underline{(x - \textcircled{13})^2 + (y - \textcircled{14})^2 = \textcircled{15}}$ 。
- C. 在坐標平面上，將 $\Gamma_1: y = \log_2 x$ 的圖形上移 3 單位得到圖形 Γ_2 ，且點 $A(a, b)$ 位於 Γ_1 上，設 $x = a$ 交圖形 Γ_2 於點 B ， $y = b$ 交圖形 Γ_2 於點 C ，且 $\overline{BC} = 5$ ，則 $a = \underline{\frac{\textcircled{16}\textcircled{17}}{\textcircled{18}}}$ 。

- D. 如右圖，一矩形紙片劃分成三個矩形，其中 $\overline{AB}=8$ 、 $\overline{BC}=5$ 、 $\overline{CD}=3$ 、 $\overline{AH}=6$ ，今將矩形 $ABGH$ 沿 \overline{BG} 折起，將矩形 $CDEF$ 沿 \overline{CF} 折起，當 \overline{DE} 落在平面 $ABGH$ 上，且平面 $ABGH$ 與平面 $CDEF$ 互相垂直時，則此時 $\overline{AF} = \sqrt{19 \cdot 20}$ 。



- E. 若一平面過空間中三點 $(2,0,0)$ 、 $(0,1,0)$ 與 $(0,0,t)$ ，其中 $t > 0$ ，且與 z 軸之一夾角為 30° ，則 $t = \frac{\sqrt{21 \cdot 22}}{23}$ 。

- F. 設雙曲線 $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$ 的漸近線與圓 $(x-1)^2 + y^2 = r^2$ 相切，且 $r > 0$ ，則 $r = \frac{\sqrt{24}}{25}$ 。

- G. 小華花費 1 元玩擲一公正骰子(六面分別為 1,2,3,4,5,6 點)的遊戲一次，若出現奇數點可得 2 元；出現 2 點或 6 點可得 1 元；出現 4 點可得 0 元，則小華每玩一次，期望值為 $\frac{20}{27}$ 元。(化為最簡分數)

- H. 已知 $(1+x+x^2)(x+\frac{1}{x^3})^n$ 的展開式中沒有常數項，若 n 為正整數，且 $2 \leq n \leq 8$ ，則 $n = 28$ 。

- I. 四面體 $PABC$ ，今若以 P 為球心， \overline{PA} 為半徑作一球面，則 B 與 C 也同時落在球面上，且知 $\overline{PA} = \sqrt{10}$ ， $\overline{AC} = 4$ ， $\overline{BC} = 5$ 及 $\overline{AB} = 6$ ，試求點 P 至平面 ABC 的距離 = $\frac{\sqrt{29 \cdot 30}}{31}$ 。

參考公式及可能用到的數值

- 一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的公式解：
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
- 平面上兩點 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ 間的距離為 $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ， $x_2 \neq x_1$
- 等比數列 $\langle ar^{k-1} \rangle$ 的前 n 項之和 $S_n = \frac{a \cdot (1 - r^n)}{1 - r}$ ， $r \neq 1$
- 棣美弗定理：設 $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ，則 $z^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$ ， n 為正整數
- $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$
- $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ ， $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ ， $\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$
- 三角函數的公式：
$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$
$$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$
$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$
- $\triangle ABC$ 的正弦定理：
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c} = \frac{1}{2R}$$
， R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑
 $\triangle ABC$ 的餘弦定理：
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$
- 算術平均數：
$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \cdots + x_n)$$

(樣本)標準差：
$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} ((\sum_{i=1}^n x_i^2) - n\bar{x}^2)}$$
- 常態分佈：常態分佈的資料對稱於平均數 μ ，且當標準差為 S 時，該資料
約有 68% 落在區間 $(\mu - S, \mu + S)$ 內
約有 95% 落在區間 $(\mu - 2S, \mu + 2S)$ 內
約有 99.7% 落在區間 $(\mu - 3S, \mu + 3S)$ 內

12. 三角函數值表

	Sin	Cos	Tan	Cot	Sec	Csc	
5°00'	0.0872	0.9962	0.0875	11.4301	1.0038	11.4737	85°00'
10'	0.0901	0.9959	0.0904	11.0594	1.0041	11.1045	50'
20'	0.0929	0.9957	0.0934	10.7119	1.0043	10.7585	40'
30'	0.0958	0.9954	0.0963	10.3854	1.0046	10.4334	30'
40'	0.0987	0.9951	0.0992	10.0780	1.0049	10.1275	20'
50'	0.1016	0.9948	0.1022	9.7882	1.0052	9.8391	10'
6°00'	0.1045	0.9945	0.1051	9.5144	1.0055	9.5668	84°00'
10'	0.1074	0.9942	0.1080	9.2553	1.0058	9.3092	50'
20'	0.1103	0.9939	0.1110	9.0098	1.0061	9.0652	40'
30'	0.1132	0.9936	0.1139	8.7769	1.0065	8.8337	30'
40'	0.1161	0.9932	0.1169	8.5555	1.0068	8.6138	20'
50'	0.1190	0.9929	0.1198	8.3450	1.0072	8.4047	10'
.....							
27°00'	0.4540	0.8910	0.5095	1.9626	1.1223	2.2027	63°00'
10'	0.4566	0.8897	0.5132	1.9486	1.1240	2.1902	50'
20'	0.4592	0.8884	0.5169	1.9347	1.1257	2.1779	40'
30'	0.4617	0.8870	0.5206	1.9210	1.1274	2.1657	30'
40'	0.4643	0.8857	0.5243	1.9074	1.1291	2.1537	20'
50'	0.4669	0.8843	0.5280	1.8940	1.1308	2.1418	10'
28°00'	0.4695	0.8829	0.5317	1.8807	1.1326	2.1301	62°00'
10'	0.4720	0.8816	0.5354	1.8676	1.1343	2.1185	50'
20'	0.4746	0.8802	0.5392	1.8546	1.1361	2.1070	40'
30'	0.4772	0.8788	0.5430	1.8418	1.1379	2.0957	30'
40'	0.4797	0.8774	0.5467	1.8291	1.1397	2.0846	20'
50'	0.4823	0.8760	0.5505	1.8165	1.1415	2.0736	10'