臺中區國立高級中學九十九學年度
大學入學第一次學科能力測驗聯合模擬考

數學考科

試題編號：AU-3991
考試日期：99.12.20

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

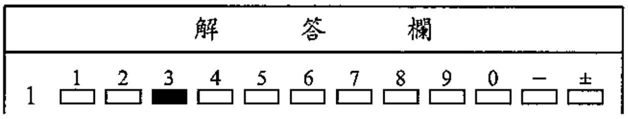
題型題數：單選題 5 題，多選題 6 題，選填題第 A 至 I 題共 9 題

作答方式：●用 2B 鉛筆在「答案卡」上劃記，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液。
●答錯不倒扣。

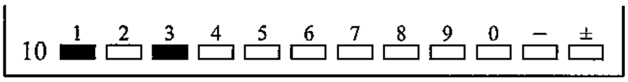
作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

（一）填答選擇題時，只用 1，2，3，4，5 等五個格子，而不需要用到 −，±，以及 6，7，8，9，0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11，而正確的答案為 7　亦即選項(3)時，考生要在答案卡第一列 3 劃記（注意不是 7），如：

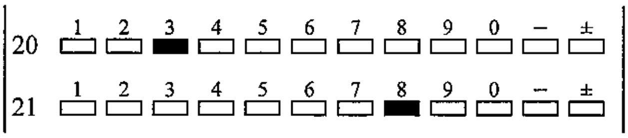


例：若多選題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 1 與 3 劃記，如：

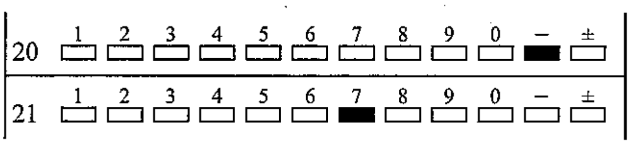


（二）選填題的題號是 A，B，C，⋯，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是 $\dfrac{⑱}{⑲}$，而答案是 $\dfrac{3}{8}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 18 列的 3 與第 19 列的 8 劃記，如：



例：若第 C 題的答案格式是 $\dfrac{⑳㉑}{50}$，而答案是 $\dfrac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 − 與第 21 列的 7 劃記，如：



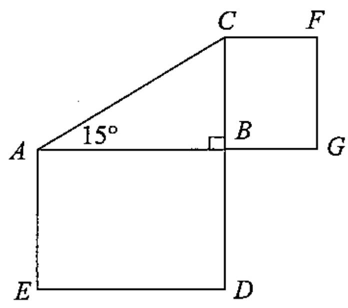
祝考試順利

第壹部分：選擇題（佔 55 分）

一、單選題（佔 25 分）

說明：第 1 至 5 題為單選題，每題選出一個最適當的選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1. 如圖，已知$\triangle ABC$中的$\overline{AC}=1$，$\angle B=90°$，$\angle A=15°$，設正方形$ABDE$的面積爲x，正方形$BCFG$的面積爲y，則$x-y=$？



(1) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\dfrac{1}{2}$

(3) 1

(4) $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

(5) $\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$

2. 右表是以a爲底的簡易對數表，下列選項中的數值何者最可能是a的值？

x	2	3	5	7
$\log_a x$	0.2314	0.3667	0.5372	0.6496

（表中的對數值均爲近似值）

(1) 10

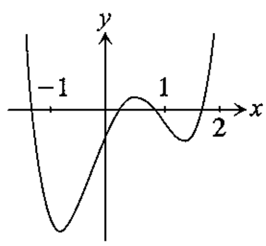
(2) 12

(3) 16

(4) 18

(5) 20

3. 設實係數多項式$f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$的圖形如右，則方程式$16^x+a\cdot 8^x+b\cdot 4^x+c\cdot 2^x+d=0$有幾個正實根？



(1) 0 個

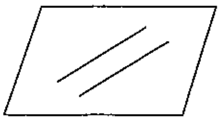
(2) 1 個

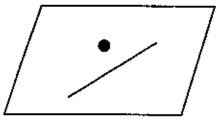
(3) 2 個

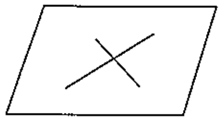
(4) 3 個

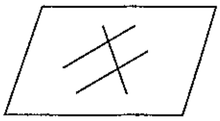
(5) 4 個

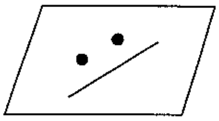
4. 將空間中三直線 L_1：$\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z}{1}$、$L_2$：$\begin{cases}x+y+z+2=0\\2x-y-7z+7=0\end{cases}$、$L_3$：$\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2-3t\\z=1\end{cases}$ 投影在某一平面上，不可能得到下列哪一個圖形？

(1) 

(2) 

(3) 

(4) 

(5) 

5. 球面 S_1：$x^2+y^2+z^2=4$ 與平面 E：$z=0$ 交於一圓 C，則圓 C 上動點 P 到球面 S_2：$(x-3)^2+(y+4)^2+(z-5)^2=1$ 的最短距離最接近下列哪一個數？

(1) 3　(2) 4　(3) 5

(4) 6　(5) 7

二、多選題（30分）

說明：第6至11題，每題各有5個選項，其中至少有一個是正確的。選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題5分，各題之選項獨立計分，所有選項均答對者，得該題的分數；只錯1個，可得3分；只錯2個，可得1分。所有選項均未作答或答錯3個或3個以上選項者，該題以零分計算。

6. 資料 I：10，12，20，50，66 的母體標準差爲 S_1

資料II：10，10，12，12，20，20，50，50，66，66 的母體標準差爲 S_2

資料III：20，22，30，60，76 的母體標準差爲 S_3

資料IV：15，18，30，65，99 的母體標準差爲 S_4

資料V：90，88，80，50，34 的母體標準差爲 S_5

試問下列哪些選項是正確的？

(1) $S_2=2S_1$　(2) $S_3=S_1+10$

(3) $S_4=1.5\times S_1$　(4) $S_5=100-S_1$

(5) $S_5=S_1$

7. 設a為實數，且多項式$f(x)=x^3+(a-1)x^2+ax-2a$與$g(x)=x^3+4x^2+x-6$，試問下列哪些選項是正確的？

(1)無論a為任何實數，$x-1$為$f(x)$的因式

(2)存在實數a使得，$x+2$為$f(x)$的因式

(3)若$a=0$，則$f(x)$與$g(x)$的最高公因式為一次式

(4)若$f(x)$與$g(x)$的最高公因式為$x+k$，則$k=3$

(5)使得$(x-1)(x+3)$為$f(x)$與$g(x)$的最高公因式的a值不只一個

8. 設ΔABC中，$\overline{BC}$、$\overline{AC}$、$\overline{AB}$邊上的高分別為$h_a=3$、$h_b=4$、$h_c=6$，試問下列哪些選項是正確的？

(1) ΔABC最小內角的餘弦值為$\frac{43}{48}$

(2) $\overline{AC}$長為$\frac{16\sqrt{15}}{15}$

(3) ΔABC的面積為$\frac{16\sqrt{15}}{5}$

(4) ΔABC的內切圓半徑為$\frac{4}{3}$

(5) ΔABC的外接圓半徑為$\frac{64}{15}$

9. 空間中四點$O(0,0,0)$、$A(3,-8,4)$、$B(2,0,-1)$、$C(4,2,0)$，ΔOBC在平面E上，試問下列哪些選項是正確的？

(1) ΔOBC面積為2平方單位

(2)平面E的方程式為$x-2y+2z=0$

(3)點A在平面E的投影點為$(0,-2,-2)$

(4)存在實數α、β，使得$\overrightarrow{OA}=\alpha\overrightarrow{OB}+\beta\overrightarrow{OC}$

(5)設α、β為實數，則$|\overrightarrow{OA}-\alpha\overrightarrow{OB}-\beta\overrightarrow{OC}|$的最小值為9

10. 設滿足方程式$2^x\cdot3^y=18$的所有數對(x,y)在平面上所形成的圖形為一直線L，試問下列哪些選項是正確的？

(1)直線L通過點$(1,2)$

(2)直線L的斜率為正實數

(3)直線L的y截距為小於3的正數

(4)直線L不通過第四象限

(5)若直線L'與L垂直，則直線L'的斜率為$\log_2 3$

11. 設三個相異的複數α，β，γ在複數平面的對應點分別為A，B，C。若$\alpha+\beta+\gamma=0$且$\alpha^n=\beta^n=\gamma^n=1$，其中$n$為正整數，試問下列哪些選項是正確的？

(1) ΔABC的重心為原點

(2) ΔABC的外心為原點

(3) n可能為 55

(4) n可能為 555

(5) n可能為 5555

第貳部分：選填題（45 分）

說明：1.第 A 至 I 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（12～38）。 2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設二數列〈a_n〉，〈b_n〉，已知$\sum_{k=1}^{10} a_k=15$，$\sum_{k=1}^{10} b_k=20$，且$\sum_{k=1}^{10}(a_k-1)(b_k+1)=300$，則$\sum_{k=1}^{10} a_k b_k=$ ⑫⑬⑭ 。

B. 設正四面體$ABCD$的稜長為 1，E、F分別為$\overline{AB}$、$\overline{CD}$中點，試求$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{EF}=\dfrac{⑮}{⑯}$。（化成最簡分數）

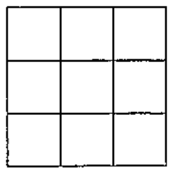
C. 設正整數n的所有正因數中恰有 8 個完全平方數，且已知任何質數p，p^3不為n的因數，則n的最小值為 ⑰⑱⑲ 。

D. 便利商店售有 5 款不同造型的公仔，每款數量都超過 3 隻。芳芳從這 5 款公仔中買了 6 隻準備送給她的三位朋友，已知每位朋友都拿到不同的 2 隻公仔，但不同朋友拿到的 2 隻公仔可能相同，則三位朋友拿到公仔的情形有 ⑳㉑㉒㉓ 種。

E. 空間中一平面π過$A(a,0,0)$、$B(0,b,0)$、$C(0,0,c)$、$D(2,3,4)$四點，其中a、b、c均爲正數，當$a=\alpha$、$b=\beta$、$c=\gamma$時，$2a+3b+4c$有最小値m，則數對$(\alpha,m)=$ (㉔，㉕㉖) 。

F. 設複數$z=\dfrac{\sqrt{5}}{2}(\sin 23°+i\cos 23°)$，若$|z^n|>100$且$z^n$的主輻角爲第一象限角，則最小正整數$n$爲 ㉗㉘ 。

G. 如圖，在九宮格中，隨機將其中3格塗上黃色，3格塗上綠色，3格塗上紅色。9格塗完後恰有一列3格皆爲同色的機率爲 $\dfrac{㉙㉚}{㉛㉜㉝}$ 。



H. 已知四邊形$ABCD$中，$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$，$\overline{AB}=4$，$\overline{BC}=5$，$\overline{CD}=6$，若$\angle ADB+\angle DBC=180°$，則$\overline{AD}=$ $\dfrac{㉞㉟}{㊱}$ 。

I. 設F爲拋物線Γ_1：$y^2=20x$的焦點，且點$A(5,4)$及F爲橢圓Γ_2的焦點。若Γ_1與Γ_2有交點，則橢圓Γ_2長軸長的最小值爲 ㊲㊳ 。

【參考公式及可能用到的數值】

1. 平面上兩點 $P_1(x_1，y_1)$，$P_2(x_2，y_2)$ 間的距離為 $\overline{P_1P_2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
2. 通過 $(x_1，y_1)$ 與 $(x_2，y_2)$ 的直線斜率 $m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$，$x_2\neq x_1$
3. 三角函數的和角公式：$\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$

   $$\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$$
4. $\triangle ABC$ 的正弦定理：$\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\sin B}{b}=\dfrac{\sin C}{c}=2R$，$R$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑

   $\triangle ABC$ 的餘弦定理：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$
5. 棣美弗定理：設 $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$，則 $z^n=r^n(\cos n\theta+i\sin n\theta)$，$n$ 為一正整數
6. 算數平均數：$M(=\overline{X})=\dfrac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}x_i$

   母體標準差 $S=\sqrt{\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{X})^2}=\sqrt{\dfrac{1}{n}((\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2)-n\overline{X}^2)}$
7. 參考數值：$\sqrt{2}\approx 1.414$；$\sqrt{3}\approx 1.732$；$\sqrt{5}\approx 2.236$；$\sqrt{6}\approx 2.449$；$\pi\approx 3.142$
8. 對數值：$\log_{10}2\approx 0.3010$，$\log_{10}3\approx 0.4771$，$\log_{10}5\approx 0.6990$，$\log_{10}7\approx 0.8451$

iMath 高中數學學習平台線上影音解答網

【特色】

● **專業師資教學影片詳盡解說**：
您可以針對本身較不了解的部分反覆播看，利用最短的時間，得到最需要的學習內容。

● iMath **專利學習法讓題目與觀念環環串連**：
當您發現有不懂的地方時，可以馬上找到不懂的部分，立即搞懂！

● iMath **擁有獨家超強搜尋引擎及萬題試題**：
讓您需要找考古題或其他題型時，只要輸入範圍、難度或者關鍵字，就能得到豐富的考題及解答，讓學習變得更輕鬆更方便。

網址：http://www.summit-edu.com.tw/exam/

帳號：您的學號

密碼：________________（請填入答案卡條碼編號前 9 碼）

考試當天晚上即可上網觀看，立即複習效果更佳！

如有任何問題，請洽松盟科技考試業務組
電話：04-22985966 分機 223

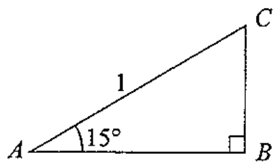
臺中區國立高級中學九十九學年度
大學入學第一次學科能力測驗聯合模擬考
數學考科詳解

第壹部分：選擇題

一、單選題

1. 參考答案：(1)

   試題解析：∵ $\overline{AB}=\cos 15°$，$\overline{BC}=\sin 15°$

   ∴ 正方形 $ABDE$ 面積 $x=\cos^2 15°$

   正方形 $BCFG$ 面積 $y=\sin^2 15°$

   ∴ $x-y=\cos^2 15°-\sin^2 15°$

   $=\cos 30°$

   $=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

2. 參考答案：(5)

   試題解析：$\log_a 20=\log_a 2^2\times 5=2\log_a 2+\log_a 5$

   $=2\times 0.2314+0.5372=1$

   $\Rightarrow$ $a=20$，故選(5)

3. 參考答案：(2)

   試題解析：若 $x>0$ 則 $2^x>1$，又由圖形可知大於 1 的實根僅有 1 個，故選(2)。

4. 參考答案：(5)

   試題解析：設 L_1：$\begin{cases} x=2k \\ y=-3k \\ z=k \end{cases}$ $(k\in R)$ 方向向量 $\overrightarrow{v_1}=(2,-3,1)$

   L_2：$\begin{cases} x=-1+2s \\ y=-2-3s \\ z=1+s \end{cases}$ $(s\in R)$ 方向向量 $\overrightarrow{v_2}=(2,-3,1)$

   L_3：$\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2-3t \\ z=1 \end{cases}$ $(t\in R)$ 方向向量 $\overrightarrow{v_3}=(2,-3,0)$

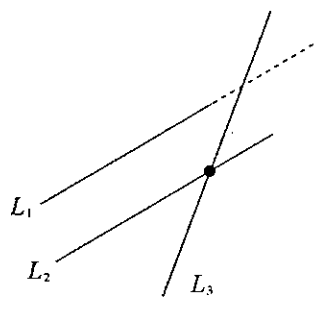
   ①$L_1\cap L_2=\phi$，且 $\overrightarrow{v_1}\,/\!/\,\overrightarrow{v_2}$　∴ L_1，L_2 平行

   ②$L_1\cap L_3=\phi$，且 $\overrightarrow{v_1}\,\not\!/\!/\,\overrightarrow{v_3}$　∴ L_1，L_3 歪斜

   ③$L_2\cap L_3=\{(-1,2,1)\}$，且 $\overrightarrow{v_2}\,\not\!/\!/\,\overrightarrow{v_3}$

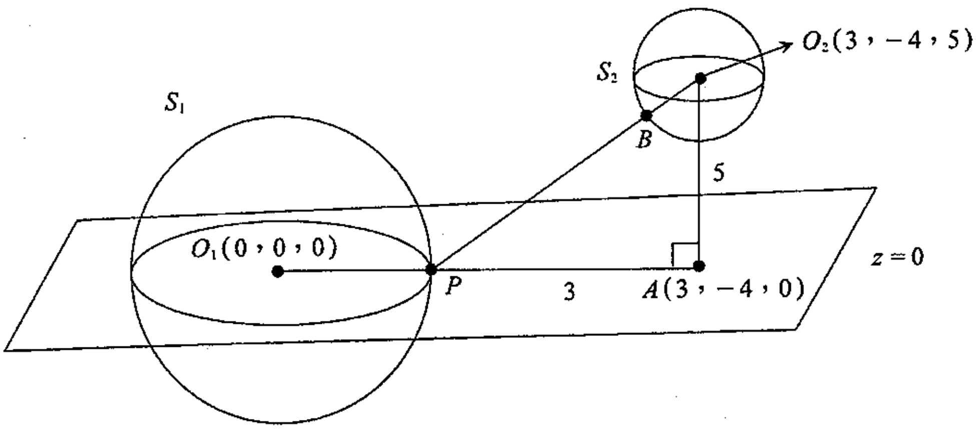
   ∴ L_2，L_3 交於一點

   由①②③知，不可能為圖形(5)

5. 參考答案：(3)

試題解析：



設S_1之球心爲$O_1(0，0，0)$，半徑$r_1=2$

S_2之球心爲$O_2(3，-4，5)$，半徑$r_2=1$

$O_2(3，-4，5)$在$z=0$的投影點爲$A(3，-4，0)$，$\overline{O_2A}=5$，$\overline{O_1A}=5$

連$\overline{O_1A}$交圓C於P，連$\overline{O_2P}$交S_2於B

$\overline{PA}=\overline{O_1A}-r_1=5-2=3 \Rightarrow \overline{O_2P}=\sqrt{\overline{PA}^2+\overline{O_2A}^2}=\sqrt{34}$

所求$=\overline{PB}=\overline{O_2P}-r_2=\sqrt{34}-1\fallingdotseq 4.8$較接近 5

二、多選題

6. 參考答案：(3)(5)

試題解析：資料II的平均數＝資料 I 的平均數u

$$\therefore\ S_2=\sqrt{\frac{(10-u)^2+(10-u)^2+(12-u)^2+\cdots+(66-u)^2}{10}}$$
$$=\sqrt{\frac{2[(10-u)^2+(12-u)^2+\cdots+(66-u)^2]}{10}}$$
$$=\sqrt{\frac{(10-u)^2+(12-u)^2+\cdots+(16-u)^2}{5}}$$
$$=S_1$$

將資料平移後，標準差不變　$\therefore\ S_3=S_1$

將資料伸縮a倍，則標準差變爲$|a|$倍

$\therefore\ S_4=1.5S_1$

資料V爲將資料 I 伸縮(-1)倍後，再平移 100

$\therefore\ S_5=|-1|S_1=S_1$

7. 參考答案：(1)(3)

試題解析：$g(x)=(x-1)(x+2)(x+3)$

(1)$f(1)=1+(a-1)+a-2a=0$，正確

(2)$f(-2)=-8+4(a-1)-2a-2a=-12\neq 0$，錯誤

(3)若$a=0$，則$f(x)=x^3-x^2=x^2(x-1)$，$x-1$爲最高公因式，正確

(4)若$f(-3)=-27+9(a-1)-3a-2a=0 \Rightarrow a=9$

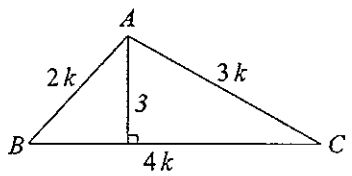
即當$a=9$時，最高公因式為$(x-1)(x+3)$或其實數倍

故$k=-1$，錯誤

(5)由(4)可得$a=9$，僅有一個，錯誤

8. 參考答案：(3)(4)(5)

試題解析：$a:b:c=\frac{1}{h_a}:\frac{1}{h_b}:\frac{1}{h_c}=\frac{1}{3}:\frac{1}{4}:\frac{1}{6}=4:3:2$



令$a=4k$，$b=3k$，$c=2k$

(1)最小內角為$\angle C$

$\Rightarrow \cos C=\frac{(3k)^2+(4k)^2-(2k)^2}{2\cdot 3k\cdot 4k}=\frac{7}{8}$

(2) $\sin C=\sqrt{1-\cos^2 C}=\frac{\sqrt{15}}{8}=\frac{3}{3k}$ $\therefore k=\frac{8}{\sqrt{15}}$

$\therefore \overline{AC}=3k=\frac{24}{\sqrt{15}}=\frac{8\sqrt{15}}{5}$

(3) ΔABC面積$=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times h_a=\frac{1}{2}\times\frac{32}{\sqrt{15}}\times 3=\frac{16\sqrt{15}}{5}$

(4) ΔABC面積$=r\cdot S \Rightarrow \frac{16\sqrt{15}}{5}=r\cdot\frac{9k}{2} \Rightarrow r=\frac{4}{3}$

(5)由正弦定理：$\frac{\overline{AB}}{\sin C}=2R \Rightarrow \frac{2k}{\frac{\sqrt{15}}{8}}=2R \Rightarrow R=\frac{64}{15}$

9. 參考答案：(2)(3)(5)

試題解析：$\overrightarrow{OA}=(3,-8,4)$，$\overrightarrow{OB}=(2,0,-1)$，$\overrightarrow{OC}=(4,2,0)$

(1) $\overrightarrow{OB}\times\overrightarrow{OC}=(2,-4,4)$

ΔOBC面積$=\frac{1}{2}|\overrightarrow{OB}\times\overrightarrow{OC}|=\frac{1}{2}\times\sqrt{2^2+(-4)^2+4^2}=3$

或ΔOBC面積$=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{OB}|^2\times|\overrightarrow{OC}|^2-(\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC})^2}=3$

(2)設平面E法向量為$\vec{n}\,//\,(\overrightarrow{OB}\times\overrightarrow{OC})$，令$\vec{n}=(1,-2,2)$

設$E:x-2y+2z=k$，將$O(0,0,0)$代入 $\Rightarrow k=0$

$\therefore E:x-2y+2z=0$

(3)設A在E上的投影點為H

$\overleftrightarrow{AH}:\begin{cases}x=3+t\\ y=-8-2t\ (t\in R)\\ z=4+2t\end{cases}$，令$H(3+t,-8-2t,4+2t)$代入$E$

$\Rightarrow (3+t)-2(-8-2t)+2(4+2t)=0 \Rightarrow t=-3$ $\therefore H(0,-2,-2)$

(4)$\because A\notin E$ $\therefore$ 不存在實數α、β，使得$\overrightarrow{OA}=\alpha\overrightarrow{OB}+\beta\overrightarrow{OC}$

(5)令 $\alpha\overrightarrow{OB}+\beta\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OK}$，則 $K\in E$

$\therefore\ |\overrightarrow{OA}-\alpha\overrightarrow{OB}-\beta\overrightarrow{OC}|=|\overrightarrow{OA}-(\alpha\overrightarrow{OB}+\beta\overrightarrow{OC})|=|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OK}|$

$=|\overrightarrow{KA}|\geq|\overrightarrow{AH}|=d(A\text{；}E)$

$=\dfrac{|3-2(-8)+2(4)|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=9$

10. 參考答案：(1)(3)(5)

試題解析：原式 $\Rightarrow\ \log 2^x\cdot 3^y=\log 18$

$\Rightarrow\ \log 2^x+\log 3^y=\log 18$

$\Rightarrow\ (\log 2)x+(\log 3)y=\log 18$

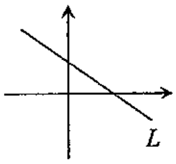
(1) $2^1\times 3^2=18$，正確

(2) L 的斜率爲 $-\dfrac{\log 2}{\log 3}<0$，錯誤

(3)令 $x=0$ 得 $y=\dfrac{\log 18}{\log 3}=\log_3 18<\log_3 27=3$

又 $\log_3 18>\log_3 1=0$，正確

(4)不通過第三象限，錯誤。



(5) L' 的斜率爲 $\dfrac{\log 3}{\log 2}=\log_2 3$，正確

11. 參考答案：(1)(2)(4)

試題解析：(1) $\because\ \alpha+\beta+\gamma=0$ $\therefore$ 重心爲原點

(2) $\because\ \alpha^n=\beta^n=\gamma^n=1$

$\therefore\ |\alpha|^n=|\beta|^n=|\gamma|^n=1$

$\therefore\ |\alpha|=|\beta|=|\gamma|=1$

$\therefore$ 外心爲原點

由(1)(2)可得 ΔABC 爲正三角形

$\because\ \alpha$、β 爲 1 的 n 次方根

$\therefore$ 設 $\alpha=\cos\dfrac{2k_1\pi}{n}+i\sin\dfrac{2k_1\pi}{n}$，$k_1\in Z$

$\beta=\cos\dfrac{2k_2\pi}{n}+i\sin\dfrac{2k_2\pi}{n}$，$k_2\in Z$

$\because\ \Delta ABC$ 爲正三角形

$\Leftrightarrow\ \dfrac{2k_1\pi}{n}-\dfrac{2k_2\pi}{n}=\dfrac{2\pi}{3}$

$\Leftrightarrow\ n=3(k_1-k_2)$

$\Leftrightarrow\ n$ 爲 3 的倍數

第貳部分：選填題

A. 參考答案：315（⑫ 3　⑬ 1　⑭ 5）

試題解析：$\sum_{k=1}^{10}(a_k-1)(b_k+1)=\sum_{k=1}^{10}(a_kb_k+a_k-b_k-1)$

$=\sum_{k=1}^{10}a_kb_k+\sum_{k=1}^{10}a_k-\sum_{k=1}^{10}b_k-\sum_{k=1}^{10}1$

$\Rightarrow\ 300=\sum_{k=1}^{10}a_kb_k+15-20-10$

$\Rightarrow\ \sum_{k=1}^{10}a_kb_k=315$

B. 參考答案：$\frac{1}{2}$（⑮ 1　⑯ 2）

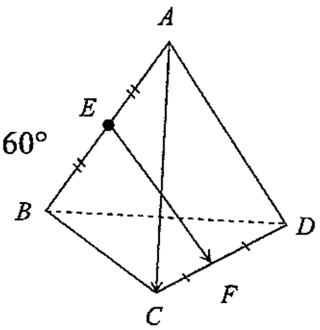
試題解析：$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AC}\cdot(\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AE})$

$=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AE}$

$=|\overrightarrow{AC}|\times|\overrightarrow{AF}|\times\cos 30°-|\overrightarrow{AC}|\times|\overrightarrow{AE}|\times\cos 60°$

$=1\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}-1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}$



C. 參考答案：900（⑰ 9　⑱ 0　⑲ 0）

試題解析：依題意可知，$n=2^2\times3^2\times5^2=900$

D. 參考答案：1000（⑳ 1　㉑ 0　㉒ 0　㉓ 0）

試題解析：三位朋友，每一位從 5 款公仔中任選相異兩隻的方法：

$C^5_2\times C^5_2\times C^5_2=1000$

E. 參考答案：(9，81)（㉔ 9　㉕ 8　㉖ 1）

試題解析：平面π：$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$，將$D(2,3,4)$代入

$\therefore\ \frac{2}{a}+\frac{3}{b}+\frac{4}{c}=1$

由柯西不等式：

$[(\sqrt{\frac{2}{a}})^2+(\sqrt{\frac{3}{b}})^2+(\sqrt{\frac{4}{c}})^2][(\sqrt{2a})^2+(\sqrt{3b})^2+(\sqrt{4c})^2]\geq(2+3+4)^2$

$\Rightarrow\ (\frac{2}{a}+\frac{3}{b}+\frac{4}{c})\cdot(2a+3b+4c)\geq 81\ \Rightarrow\ 2a+3b+4c\geq 81$

等號在$\frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{\frac{2}{a}}}=\frac{\sqrt{3b}}{\sqrt{\frac{3}{b}}}=\frac{\sqrt{4c}}{\sqrt{\frac{4}{c}}}$時成立

$\Rightarrow\ a=b=c$，代入$2a+3b+4c=81\ \Rightarrow\ a=b=c=9$

$\therefore\ (a,m)=(9,81)$

F. 參考答案：43（㉗ 4　㉘ 3）

試題解析：$z=\frac{\sqrt{5}}{2}(\cos 67°+i\sin 67°)$

$|z^n|>100 \Rightarrow |z|^n>100 \Rightarrow (\frac{\sqrt{5}}{2})^n>100$

$\Rightarrow \log(\frac{\sqrt{5}}{2})^n>2 \Rightarrow n(\frac{1}{2}\log 5-\log 2)>2$

$\Rightarrow n>41.2\cdots$

又 $67°\times 42=2814°=360°\times 7+294°$

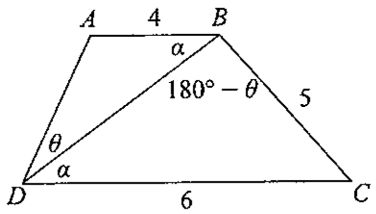
$\because$ $Arg(z^n)$ 在第一象限　$\therefore$ n 的最小值爲 43

G. 參考答案：$\frac{27}{280}$（㉙ 2　㉚ 7　㉛ 2　㉜ 8　㉝ 0）

試題解析：

$$\frac{\underbrace{C_1^3}_{\text{三列任挑一列}}\times \underbrace{C_1^3}_{\text{三色任挑一色}}\times[\frac{6!}{3!\,3!}-\underbrace{2}_{\text{兩列同色}}]}{\frac{9!}{3!\,3!\,3!}}=\frac{27}{280}$$

H. 參考答案：$\frac{10}{3}$（㉞ 1　㉟ 0　㊱ 3）



試題解析：設 $\angle ABD=\alpha \Rightarrow \angle BDC=\alpha$

設 $\angle ADB=\theta \Rightarrow \angle DBC=180°-\theta$

由正弦定理知：

$$\frac{\overline{AD}}{\sin\alpha}=\frac{4}{\sin\theta}\ ;\ \frac{5}{\sin\alpha}=\frac{6}{\sin(180°-\theta)}=\frac{6}{\sin\theta}$$

$$\frac{\frac{\overline{AD}}{\sin\alpha}}{\frac{5}{\sin\alpha}}=\frac{\frac{4}{\sin\theta}}{\frac{6}{\sin\theta}}\quad\therefore\ \overline{AD}=\frac{20}{6}=\frac{10}{3}$$

I. 參考答案：10（㊲ 1　㊳ 0）

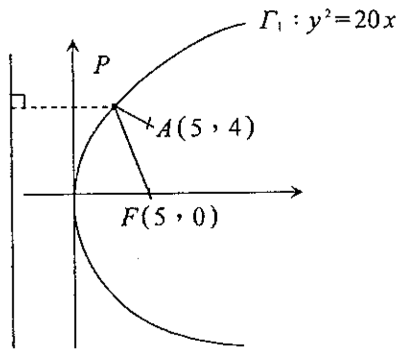
試題解析：F 爲 $y^2=20x$ 的焦點　$\therefore F(5,0)$

設 P 爲 Γ_1 與 Γ_2 的交點

$\therefore$ Γ_2 的長軸長 $=\overline{PA}+\overline{PF}$

$=\overline{PA}+d(P,L)\geq d(A,L)$

$\therefore$ 長軸的最小值 $=10$



準線 $L: x=-5$